

音響におけるデジタル技術入門

山崎 芳 男

1. 音響測定へのデジタル処理技術の導入

音響測定へのデジタル技術の導入は制御系と信号系とに大別されるが、ここでは信号の取り込み、処理への導入について考えることにする。

ところでデジタル処理ということばを聞くと、直ちにインパルス応答やM系列パルスを用いた相関測定などパルス技術を連想しがちである。確かにパルスを用いた測定・処理はデジタル処理に適してはいるが、デジタル処理は必ずしもパルス信号によるものばかりではなく、例えば正弦波を用いた測定においてもデジタル処理技術により精度・能率の向上を図ることができる。

音響測定へのデジタル技術の導入の特長はひとたびシステムを完成させてしまえば、誰にでも、場合によってはかなりの悪条件下でも安定した（再現に富んだ）高精度の測定が比較的短時間に行えるという点にあるといえよう。いいかえればデジタル処理には難解でめんどろな理屈がつきもので研究室レベルの非現実的なものと思われがちであるが、実は通常のアナログ測定の方が測定環境に限られ、測定者にも熟練を要するもので、製造ライン等で不特定多数の人が測定を行うような場合にはデジタル処理の方が余程実用的である場合も多い。

いずれにしても音響測定に当たってはアナログ処理とデジタル処理の特長をよくふまえたうえで、目的に合った処理を行うことが肝要である。

ところで音響測定へのデジタル処理の導入の源は雑音中に埋もれた信号の予測とろ波の理論を確率したウィーナ（Norbert Wiener）らであろう。当時雑音中からの信号の抽出には信号のスペクトルと自己相関関数が主として用いられた。初期においては多数のフィルターバンクとテープレコーダを用いた相関計がもっぱら使われた

が、1960年頃から次第にこれらの処理が電子計算機で行われるようになった。特に1965年にJ.W.Coolley と J.W.Tukeyによって高速フーリエ変換（FFT）のアルゴリズムが発表されるや、FFTを使ったデジタル信号処理が多方面で行われるようになった。当時は、これらの研究は音響の分野ではほとんど音声を中心であったが、次第に他の方面でも行われるようになって来た。

ところで前回述べたように、時間、振幅とも連続的な値をとり得る信号をアナログ信号、時間、振幅とも離散的な信号をデジタル信号とよぶ。そして離散的な値の単位はそれぞれ、標準化周波数と量子化ステップで決まる。

量子化による振幅の離散化は前回1.2で述べたようにダイナミックレンジと量子化による一種のひずみを決定する。一方、時間の離散化に伴い信号処理の方法がアナログ信号とは違ってくる。今回は主としてまずこの時間の離散的（discrete time）信号の取り扱いについて考え、次にいくつかの音響測定への具体的な導入例を示す。

なおデジタル信号処理については多くの文献があるので、本稿では音響測定処理に必要な基本的な事項についてふれるにとどめる。

2. デジタル信号の取り扱い

2.1 離散的な時間信号（Discrete-Time Signal, Sequence）

信号のデジタル処理においては、信号は時間的に離散的な一連の標本として扱う。この標本の列を時系列（Sequence）とよび、図1に示すように時系列の n 番目の標本を $x(n)$ と表現する。ただし n は整数で $-\infty < n < \infty$ である。

図2にいくつかの離散的な時間信号、時系列の例を示す。(a)は正弦波の時系列である。いま $x(n) = A \cos(\omega_0 n T + \phi)$ であるものとしよう。アナログ信号では

山崎芳男：早稲田大学理工学部

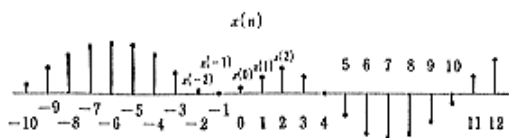
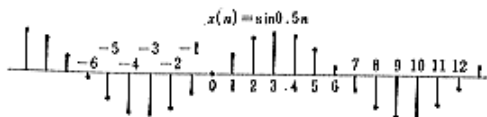
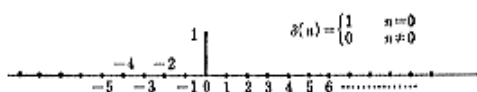


図1 時系列信号



(a) 正弦波

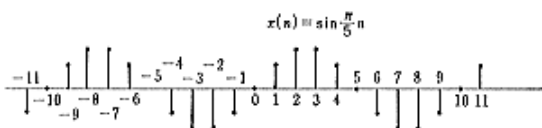


(b) 単位サンプル(インパルス)

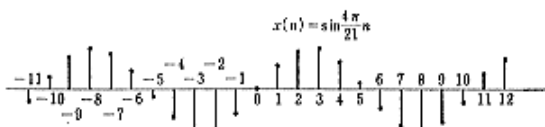


(c) 単位ステップ

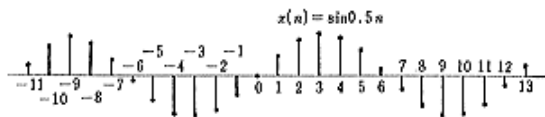
図2 時系列信号の例



(a) $T = 10(2\pi)$



(b) $T = 20(4\pi)$



(c) 周期なし

図3 正弦波の時系列信号の周期

弦波の周期は当然 2π である。ところで時系列 $x(n)$ では、 $x(n) = x(n+N)$ のとき周期 N であると定義される。従って時系列で周期が 2π になるのは $2\pi/\omega_0 T$ が整数になるときだけである。 $2\pi/\omega_0 T$ が有理数ならば $x(n)$ は周期をもつが当然 2π より長いものとなる。もし $2\pi/\omega_0 T$ が無理数の場合には正弦波の時系列 $x(n)$ に周期がないことになる。この場合でも正弦波の周波数が ω_0 であることに変わりはない(図3)。

単位標本時系列 $\delta(n)$ は図2(b)に示すようなサンプル列で、しばしば連続信号におけるインパルスに対応されるが、インパルスのようなやっかいな数学的な取り扱いを受けるわけではない。すなわち、

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n=0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$

と表される。本稿では以後特に断らない限りこの $\delta(n)$ に対する系の応答を時系列のインパルス応答と称することにする。図2(c)は単位段階時系列で、

$$u(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

と表され、 $\delta(n)$ を使って、

$$u(n) = \sum_{k=-\infty}^n \delta(k)$$

と書ける、同様に $u(n)$ を使って $\delta(n)$ を、

$$\delta(n) = u(n) - u(n-1)$$

と書くことも可能である。

時系列信号の電力は、

$$P = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2$$

で定義される。

ところでディジタル信号処理においては、時系列信号の演算を行うことが度々ある。二つの時系列 x, y の積・和は各時点の標本と標本の積・和として定義される。すなわち、

$$x \cdot y = \{x(n) \cdot y(n)\} \quad (\text{積})$$

$$x + y = \{x(n) + y(n)\} \quad (\text{和})$$

である。また、定数 α と時系列 x の積は、

$$\alpha \cdot x = \{\alpha \cdot x(n)\}$$

と定義される。一方 n_0 を整数としたとき、

$$y(n) = x(n - n_0)$$

なる関係があるとき、時系列 y を時系列 x を遅延又は移動したものであるという。

さて、これらの関係を使うと、任意の時系列は、単位標本時系列を移動し、ある係数を乗じたものとして表すことができる。すなわち、任意の時系列 $x(n)$ は、

$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\delta(n-k) \dots\dots\dots (1)$$

と表現できる。

2.2 線形システム(Linear Shift-Invariant System)
 「線形システム」あるいは「系が線形であるとする
 ……」といった言葉をよく耳にするが、この線形とい
 うことばの意味について考えてみよう(線形システムにつ
 いては本誌 Vol.17 No.3 p.84 に米山正秀氏が詳しく書
 かれているので参照されたい。)

日本語の“線形”は一般に linear (線形) と shift-
 invariant (移動不変性, 定常性) とが含まれた表現と
 みるのが妥当であろう。いま図4のように伝送系(音響

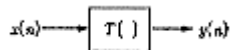


図4 入力 $x(n)$, 出力 $y(n)$ の伝送系

測定においてはアンプ, スピーカ, 部屋等の被測定系) の入力(離散的)を $x(n)$, 出力を $y(n)$ とする。この系の入出力を関係づける作用素を $T[\]$ とすると $y(n)$ は,

$$y(n) = T[x(n)]$$

と記述できる。

まず linear については, $y_1(n), y_2(n)$ をそれぞれ 入力 $x_1(n), x_2(n)$ に対する応答であるとしたとき, 任意の定数 a, b に対して, 次式が成り立つ場合に系は linear であるという。

$$\begin{aligned} T[ax_1(n)+bx_2(n)] \\ = aT[x_1(n)]+bT[x_2(n)] \\ = ay_1(n)+by_2(n) \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

ところで, (1) 式で任意の時系列 $x(n)$ が, 単位標本時系列 $\delta(n)$ の移動と重みづけで表現できることを示している。従って, (2) 式は任意の linear な系もまた単位標本時系列 $\delta(n)$ の移動と重みづけによって表現できることを示している。すなわち(1)式から,

$$y(n) = T[x(n)] = T\left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\delta(n-k)\right]$$

(2) 式を用いて,

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)T[\delta(n-k)] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h_k(n) \dots\dots\dots (3)$$

となる。ここで $h_k(n)$ は $\delta(n-k)$ すなわち $n=k$ の単位標本に対する系の応答(離散的インパルス応答, 以後単にインパルス応答とよぶ。)である。ただ単に系が linear なだけでは $h_k(n)$ は n と k 双方に依存する。ここで次の shift-invariant (定常性)を導入すると(3)式はより有効なものとなる。

shift-invariant な系であるということは, $y(n)$ を $x(n)$ の応答としたとき $y(n-k)$ が $x(n-k)$ の応答であるような系のことである。つまり shift-invariant な系では $h(n)$ を $\delta(n)$ に対する応答であるとする, $\delta(n-k)$ に対する応答が単に $h(n-k)$ となる。従って linear で shift-invariant な系, いわゆる線形な系では(3)式は,

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) \dots\dots\dots (4)$$

となる。どんな入力に対する応答も系のインパルス応答で決まるということである。

n が時間を表す場合 shift-invariant な系 time-invariant (定常)である。

(5) 式はアナログのたたみ込み積分に対応しており, たたみ込み和(convolution sum)とよぶ。アナログのたたみ込み同様,

$$y(n) = x(n) * h(n)$$

と記述することもある。ところで(4)式の変数を置き換えることにより,

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x(n-k) = h(n) * x(n) \dots\dots\dots (5)$$

となる。これは二つの時系列の順を入れ換えても応答が変わらないことを示している。従って線形な二つの系を直列(縦続)接続するときインパルス応答は二つの系のインパルス応答のたたみ込み積となり, その順序を変えても応答は変わらない(図5)。

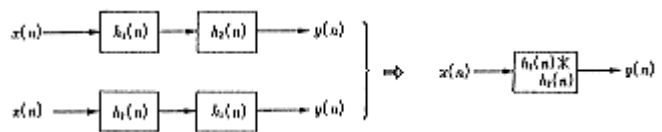


図5 インパルス応答が $h_1(n), h_2(n)$ の系の直列(縦続)接続

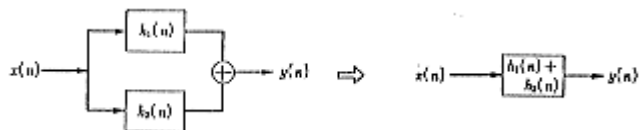


図6 インパルス応答が $h_1(n), h_2(n)$ の系の並列接続

(4) 式は並列接続された系のインパルス応答がそれぞれのインパルス応答の和になることも示している(図6)。

2.3 安定性(Stability)と因果性(Causality)

系の線形性, 定常性について述べたが, さらに安定性と因果性を加えると, より現実の系を取り扱う上で便利な場合が多い。

安定な系とは有限な入力を与えたとき, 有限な出力が得られるような系のことである。具体的には有限な入力が発振を誘起することのないような系のことである。線

形・定常な系では，インパルス応答の総和が収束するときだけ安定である。すなわち S をインパルス応答の総和とすると，

$$S = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |h(k)| < \infty$$

のとき系は安定である。

次に因果性が満たされている系とは原因の前に結果の生じない系のことである。線形・定常な系ではインパルス応答が $n < 0$ に対して 0 の系だけが因果性を満足した系である。

例えば図7に示すようなインパルス応答 $h(n)$ が $h(n) = a^n u(n)$ なる系を考えてみよう。 $u(n)$ は単位ステップの時系列だから， $n < 0$ では $h(n) = 0$ である。従って因果性は満たされている。次に安定性であるが，インパルス応答の総和は，

$$S = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |h(k)| = \sum_{k=0}^{\infty} |a|^k$$

となる。従って $|a| < 1$ ならば S は $1/(1-|a|)$ に収束するが， $|a| \geq 1$ では発散するので，この系は $|a| < 1$ のときのみ安定である。

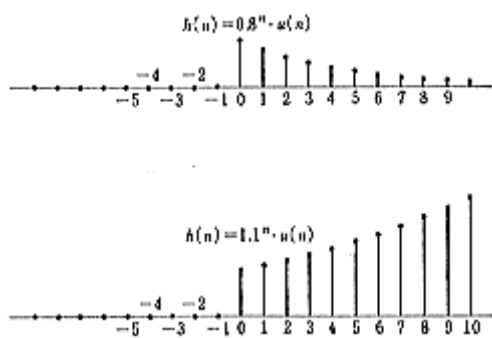


図7 $h(n) = a^n \cdot u(n)$

3. 時系列信号の周波数領域での記述

3.1 正弦波に対する応答

アナログ系において正弦波に対する応答をしばしば求めるが，時系列信号における正弦波に対する応答について考えてみよう。

線形・定常な系に純音を入力すると，出力には同じ周波数の純音だけが現れる。そして系はただ振幅と位相の変化を与えるだけである。すなわち線形・定常な系ではいわゆる非線形ひずみ（高調波ひずみや混変調ひずみ）が生じない。

いま入力として $x(n) = e^{j\omega n}$ をインパルス応答力 $h(n)$ の系に与えると応答 $y(n)$ は (6) 式から，

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k) e^{j\omega(n-k)} = e^{j\omega n} \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k) e^{-j\omega k} \quad \dots\dots\dots (6)$$

となる。ここで，

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k) e^{-j\omega k} \quad \dots\dots\dots (7)$$

と定義すると，

$$y(n) = H(e^{j\omega}) e^{j\omega n} \quad \dots\dots\dots (8)$$

となる。 $H(e^{j\omega})$ をインパルス応答が $h(n)$ である系の周波数応答とよぶ。 $H(e^{j\omega})$ は複素数であるから実数部と虚数部に分け，

$$H(e^{j\omega}) = H_R(e^{j\omega}) + H_I(e^{j\omega})$$

と書ける。また，振幅 $|H(e^{j\omega})|$ と位相 $\arg[H(e^{j\omega})]$

を使って，

$$H(e^{j\omega}) = |H(e^{j\omega})| e^{j \arg[H(e^{j\omega})]} \quad \dots\dots\dots (9)$$

と書くことも可能である。場合によっては位相の代わりに群遅延 $\tau(\omega)$ ，

$$\tau(\omega) = -\frac{d}{d\omega} \arg H(e^{j\omega})$$

を使う方が便利な場合もある。

次に正弦波に対する応答を考えてみよう。正弦波 $A \cos \omega_0 n$ はオイラーの公式で複素数表示すると，

$$A \cos \omega_0 n = \frac{A}{2} e^{j\omega_0 n} + \frac{A}{2} e^{-j\omega_0 n}$$

となる。出力は (9) 式を使って，

$$y(n) = \frac{A}{2} [H(e^{j\omega_0}) \cdot e^{j\omega_0 n} + H(e^{-j\omega_0}) \cdot e^{-j\omega_0 n}] \quad \dots\dots\dots (10)$$

あるいは，

$$y(n) = A |H(e^{j\omega_0})| \cos(\omega_0 n + \theta) \quad \dots\dots\dots (11)$$

ただし $\theta = \arg[H(e^{j\omega_0})]$

となり，確かに応答は入力正弦波の振幅が $|H(e^{j\omega_0})|$ 倍，位相が $\arg[H(e^{j\omega_0})]$ だけずれたものであるのがわかる。

3.2 時系列信号のフーリエ変換

ところで $H(e^{j\omega})$ は周期 2π の ω の連続関数である。従ってフーリエ級数に展開できるはずである。(7) 式を良くみると実はフーリエ級数の形をしていることがわかる。周期関数のフーリエ係数として $h(n)$ を求めると，

$$h(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n) e^{-j\omega n} \quad \dots\dots\dots (13)$$

となる。(12), (13) 式が離散的時系列 $h(n)$ のフーリエ変換対であり, (13) 式が収束するときのみ意味をもつ。これは線形・定常・安定な系のインパルス応答のフーリエ変換が周波数応答であることを示している。

この変換対はインパルス応答 $h(n)$ についてのみ成り立つのではなく, (13) 式が収束すれば, 任意の線形・定常な系について成り立つ。

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\omega n} \dots\dots \text{時系列 } x(n) \text{ のフーリエ変換} \dots\dots (14)$$

$$x(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega \dots\dots\dots (15)$$

と定義する。一般には (14) 式の級数は常に収束するとは限らない。 $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)| < \infty$ ならば級数は絶対収束し, ω の連続関数に一樣収束する。すなわち安定な系の周波数応答は常に収束することを示している。

ところで (12) 式を $e^{j\omega n}$ の重ね合わせという見方をすると, 線形・定常な系の入力 $x(n)$ に対する出力 $y(n)$ は各々の $e^{j\omega n}$ に対する応答の重ね合わせになるので, 系の周波数応答を使って,

$$y(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(e^{j\omega}) X(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega \dots\dots\dots (16)$$

となる。出力 $y(n)$ をフーリエ変換すると,

$$Y(e^{j\omega}) = H(e^{j\omega}) X(e^{j\omega}) \dots\dots\dots (17)$$

となる。これは周波数領域では入出力の関係が, フーリエ変換した入力信号とインパルス応答のフーリエ変換, すなわち周波数応答との積で表現されることを示している。

3.3 変換

アナログ伝送系ではフーリエ変換の一般形はラプラス変換であるが, 離散的時系列の信号および系でフーリエ変換の一般形として考えられるのが z 変換である。

時系列 $x(n)$ の z 変換 $X(z)$ は次式で定義される。

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n} \dots\dots\dots (18)$$

ここで z は複素数である。(19) 式で $z = re^{j\omega}$ とおくと,

$$X(re^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)(re^{j\omega})^{-n} \dots\dots\dots (19)$$

となり $|z|=1$ すなわち $r=1$ のとき時系列 $x(n)$ のフーリエ変換になることを示している。

一方, 逆 z 変換はコーシー積分により,

$$x_n = \frac{1}{2\pi j} \oint_C X(z)z^{-n-1} dz \dots\dots\dots (20)$$

となる。ここで C は z 平面の $X(z)$ の収束領域に反時計回りにとった原点をかこむ閉曲線である。

3.4 システム関数

前節で線形な系のインパルス応答のフーリエ変換が周波数応答に対応すること, 周波数領域では入出力の関係が単に入力信号のフーリエ変換とインパルス応答のフーリエ変換の積で, 結ばれていることを示した。

これをより一般化して離散的時系列の入力信号を $x(n)$, 出力を $y(n)$, 系のインパルス応答を $h(n)$ すなわち,

$$y(n) = x(n) * h(n)$$

なる伝送系の z 変換を考えると,

$$Y(z) = X(z) \cdot H(z)$$

となる。このインパルス応答の z 変換 $H(z)$ をシステム関数とよび, 特に $|z|=1$ のとき $H(z)$ はその系の周波数応答 (伝達関数) となる。

3.5 離散的フーリエ変換 (Discrete Fourier Transform)

今までは周期をもたないいわば無限に続く時系列のフーリエ変換, 変換による時間領域と周波数領域の結びつきについてふれてきた。実際の測定では無限に続く時系列を扱うことは不可能である。そこで現実的な有限長の信号について考えてみよう。有限長の時系列とは有限の0でない値をもつ時系列のことである。

まず, 周期 N をもつ時系列について考えてみよう。時系列 $x(n)$ が周期関数だからフーリエ級数に展開できる。すなわち,

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j(2\pi/N)kn} \dots\dots\dots (21)$$

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k)e^{j(2\pi/N)kn} \dots\dots\dots (22)$$

となり, 周波数領域の $X(k)$, 時間領域の $x(n)$ とともに周期系列となる。これを離散的フーリエ級数 (Discrete Fourier Series) とよぶ。

次に長さ N の有限長時系列, すなわち $0 \leq n \leq (N-1)$ 以外で $x(n) = 0$ の時系列の周波数領域との関係について考えてみよう。これが離散的フーリエ変換で,

$$X(k) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j(2\pi/N)kn} & 0 \leq k \leq N-1 \\ 0 & k < 0, N-1 < k \end{cases} \dots\dots\dots (23)$$

$$x(k) = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X(k)e^{j(2\pi/N)kn} & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & n < 0, N-1 < n \end{cases} \dots\dots\dots (24)$$

となる。すなわち, 周波数, 時間領域ともに離散的有限

長である。

フーリエ級数，フーリエ変換，離散的フーリエ級数，離散的フーリエ変換について各々時間領域と周波数領域の対比を図8に示す。

3.6 高速フーリエ変換 (FFT)

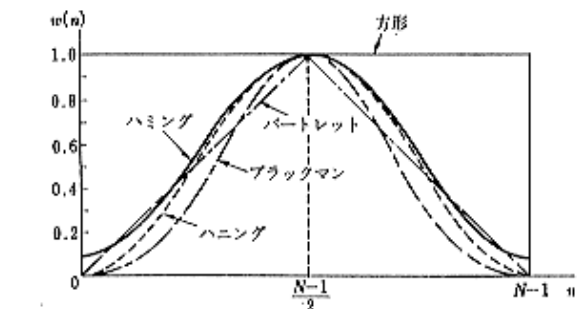
DFTの定義式を見ればフーリエ変換にいかにかくさんの掛け算の回数が必要かがわかる。単純に計算しても N 点の DFT には N^2 回のかけ算が必要である。かけ算は電子計算機で行っても時間がかかるが演算で，デジタル信号処理の隘路になっていた。

高速フーリエ変換 (Fast Fourier Transform, FFT) はこのかけ算の回数を減らすべく計算の手順を工夫した方法で，1965年 Cooley と Turkey により開発された^{(3),(4)}。以後電子計算機によるデジタル信号処理が飛躍的に発展したのは衆知の事実である。

サンプル数を $N = 2^m$ としたとき，通常的手法では N^2 回必要であったかけ算が FFT では $2mN$ 回で済む，例えば $N = 1024$ のとき通常的手法では約 100 万回のかけ算が2万何に， $N = 16384$ では実に2億7千万回が45万回で済むことになる。

3.7 時間窓

無限に続くあるいは有限だが非常に長い時系列信号にフーリエ変換その他の処理を施したい場合，波形の切出しが必要となる。時系列を切出すときに切出しの影響で目的とする情報が失われないようにするため



たにこ，
 方形 $w(n) = 1, 0 \leq n \leq N-1$
 バートレット $w(n) = 2n/N-1, 0 \leq n \leq \frac{N-1}{2}$
 $= 2-2n/N-1, \frac{N-1}{2} \leq n \leq N-1$
 ハミング $w(n) = \frac{1}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{2\pi n}{N-1} \right) \right], 0 \leq n \leq N-1$
 ハミング $w(n) = 0.54 - 0.46 \cos \left(\frac{2\pi n}{N-1} \right), 0 \leq n \leq N-1$
 ブラックマン $w(n) = 0.42 - 0.5 \cos \left(\frac{2\pi n}{N-1} \right) + 0.08 \cos \left(-\frac{4\pi n}{N-1} \right), 0 \leq n \leq N-1$

図9 各種の窓関数

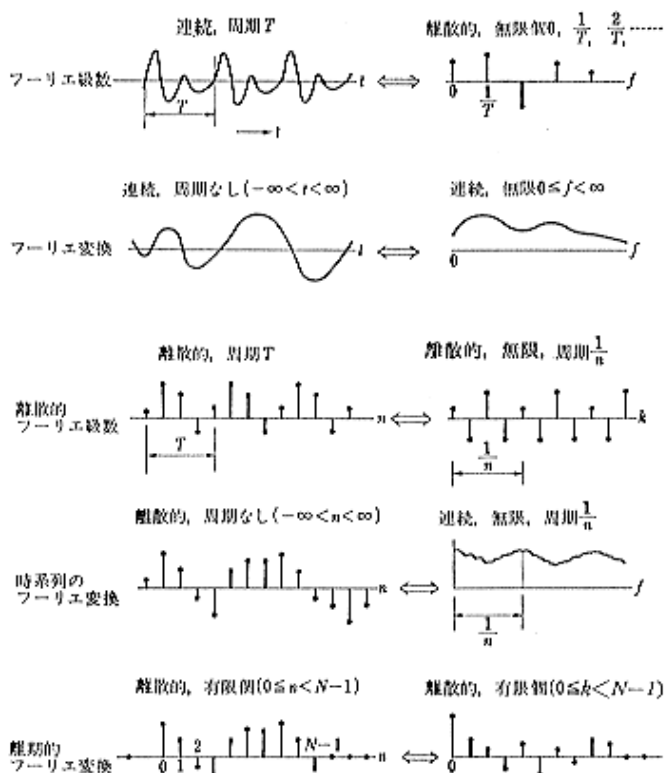


図8 時間領域と周波数領域の対比

窓を用いることがある。種々の窓の形を図9に示す。

3.8 ヒルベルト変換 (Discrete Hilbert Transform)

周波数領域での伝送特性の実部と虚部あるいは振幅と位相の間にある種の間係を見出すことがしばしばある。この両者を結びのがヒルベルト変換である。

いま線形，安定な因果性を満足した系を考える。この系が複素平面の右半面に零点をもたないとき，この系は最小位相推移系 (minimum phase shift system) であるという。

系が最小位相推移系であれば，伝送特性の振幅 $|H(e^{j\omega})|$ と位相 $\arg[H(e^{j\omega})]$ の間にはヒルベルト変換を用いて次の関係が成立つ。

$$\begin{aligned} \log|H(e^{j\omega})| &= \hat{h}(\omega) - \frac{1}{2}P \int_{-\pi}^{\pi} \arg[H(e^{j\theta})] \cot\left(\frac{\theta-\omega}{2}\right) d\theta \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \arg[H(e^{j\omega})] &= \frac{1}{2\pi}P \int_{-\pi}^{\pi} \log|H(e^{j\theta})| \cot\left(\frac{\theta-\omega}{2}\right) d\theta \end{aligned} \quad (26)$$

式の内容についてはふれませんが、最小位相推移系では系の振幅特性がわかれば位相特性は決まり、逆に位相特性がわかれば振幅特性を求めることができるということである。

系が最小位相推移系であるかの判断はむずかしい均分が多いが、音響機器特にスピーカ等の測定において、振幅特性から系を最小位相推移系と仮定して位相特性を計算し、実際の位相特性と比較するといった利用法が考えられる。

4. デジタル処理技術による音響測定

音響機器の伝送特性や室内音響特性の測定へのデジタル処理技術の適用について考えてみよう。なお、取り込み装置については次回にふれる予定である。

4.1 データの取り込み

データの取り込みには大別して三つの方法がある。第1の方法はアナログ測定で一般に行われる正弦波あるいは帯域制限を受けた雑音に対する応答を標本化し、その標本列を量子化して記録する方法である。取り込む標本の数(N)は当然有限であるから、正弦波の取り込みにあたっては2.1で述べたように、標本化周波数を正弦波の周波数の整数倍になるように選ぶ必要がある。そうでないと3.6で述べた切出しの影響を受けることになる。一方、定常雑音を取り込むにはどうしても時間窓を設けなくてはならないので、一般にデジタル処理には不向きな信号といえる。

第2の方法は系を線形・定常なものとして仮定して、単位標本(インパルス)あるいは単位ステップに対する時間領域の応答(インパルス応答)を標本化、記録する方法である。この方法は、因果性を満足していればパルス駆動前には応答がなく、安定な系では必ず減衰する。従って、有限な標本数で処理が行える上、同期加算(後述)でSN比の改善が図れるのでデジタル処理に向けた方法である。駆動パルスとしては幅のせまい方形波、レイズドコサイン波等が用いられる。

第3の方法は系の入・出力を同時に標本化し、入力のパワースペクトル密度 $P_{xx}(\omega)$ と、入出力のクロスパワースペクトル密度 $P_{xy}(\omega)$ から、直接周波数応答 $H(\omega)$ を求める方法である。すなわち、

$$H(\omega) = \frac{P_{xy}(\omega)}{P_{xx}(\omega)} \dots\dots\dots (27)$$

である。

4.2 測定時のSN比の改善

今までは測定時の外部雑音の影響は考慮しなかったが、実際の測定にあたっては雑音の影響を無視すること

はできない。特にインパルス応答測定時には時間とともに波形が減衰するので後半は雑音に埋れやすい。

インパルス応答のように入力を任意の時刻に与えることのできる場合には、十分長い周期で系を何度か駆動してその応答を時間軸を揃えて加算することによりSN比を改善することができる。この操作を同期加算(averaging)とよぶ。これは応答波形は時間軸が整合しているため、一度の加算で2倍に上昇するが、雑音成分は電力が加算($\sqrt{2}$ 倍)される程度でしかないからである。従って雑音が白色な場合M回の同期加算でSN比は $10 \log M$ (dB) 改善される。雑音の多い場合にはAD変換器(量子化)が過負荷(飽和)にならぬよう留意する必要がある。

なお、同期加算の手法は正弦波をその周波数の整数倍で標本化し、取り込む場合にも有効である。

ところで、同期加算の周期は一般に一定であるが、雑音にトランスや空調の雑音のように周期成分が存在すると、同期加算の同期との関係で、SN比の改善ができないばかりか、測定データに思わぬ雑音が乗ることがある。こんな場合でも同期加算の周期を十分長い範囲で不規則に変化させてやることにより、周期性の雑音をも軽減除去(LSB以下に)することが可能である(図10)。

一方、入出力のクロスパワースペクトルから伝送特性を求める場合には、パワースペクトルの長時間平均をとることによりSN比は改善される。

4.3 測定例

4.3.1 インパルス応答

図11(a)にスピーカシステムを無響室に置き幅、波高値20Vのパルスで駆動し、中心軸上前方1mで測定した応答波形を示す。後半を10倍、100倍にした波形も併記してある。標本化周波数40.96kHz、量子化ビット数

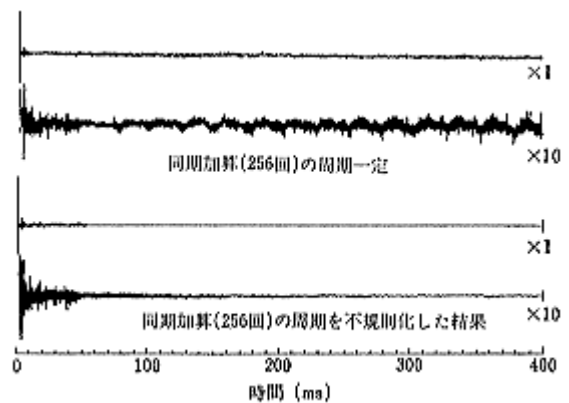


図10 同期加算の周期不規則化による周期性雑音の低減

12で256回の同期加算を行った。なおデータ数は4,096すなわち100ms分(表示は25ms)であるが、同期加算は無響室の壁からの反射等が十分減衰してから行うべく、最低秒の不規則な周期で行った。図11(b)に同じスピーカを約200m³のリスニングルームにおいたときの軸上1mのインパルス応答を示す。

なお、同期加算の手法を用いると、スピーカの自由音場測定は必ずしも無響室で行う必要はなくなる。最初の

反射音の到来時間が測定に必要な時間より長くなるような場所を選びさえすれば良い。むしろ容積の小さい無響室よりも床だけ無反射性に工作した屋外の方がよほど良い自由音場が得られる。

4.3.2 周波数応答(周波数特性)

線形・定常な系の周波数応答はインパルス応答の標本列を離散的フーリエ変換して求まる。4.3.1のインパルス応答から求めた周波数応答を図12に示す。分解能は

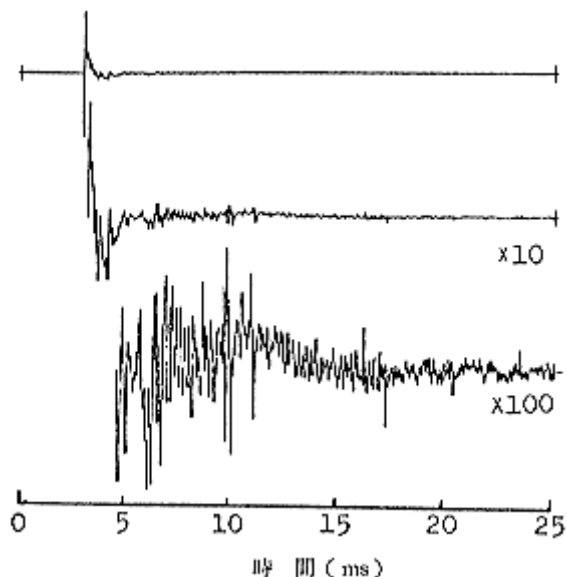


図11(a) スピーカシステムのインパルス応答

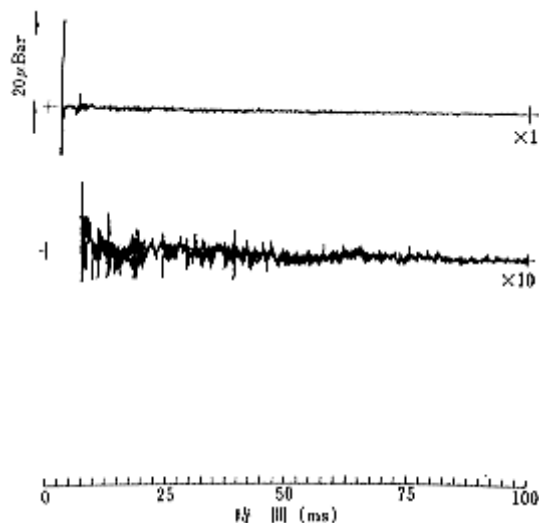


図11(b) 同じシステムを200m³リスニングルームにおいたときのインパルス応答

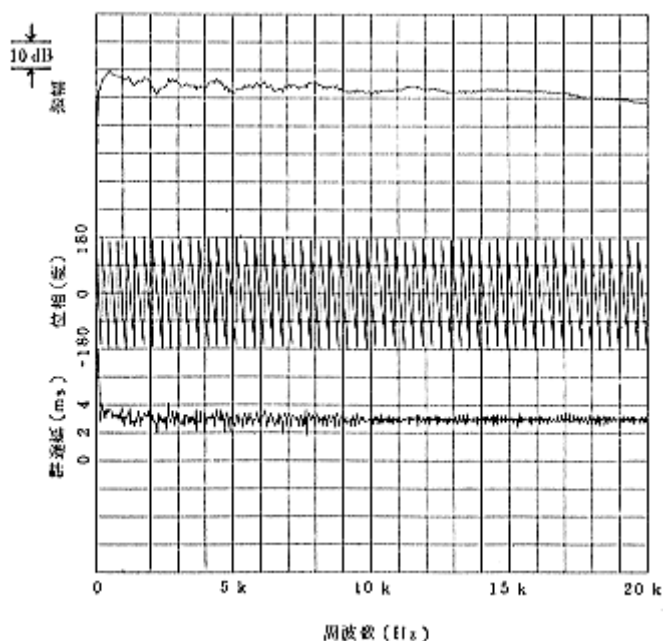


図12(a) 周波数特性(周波数軸真数)

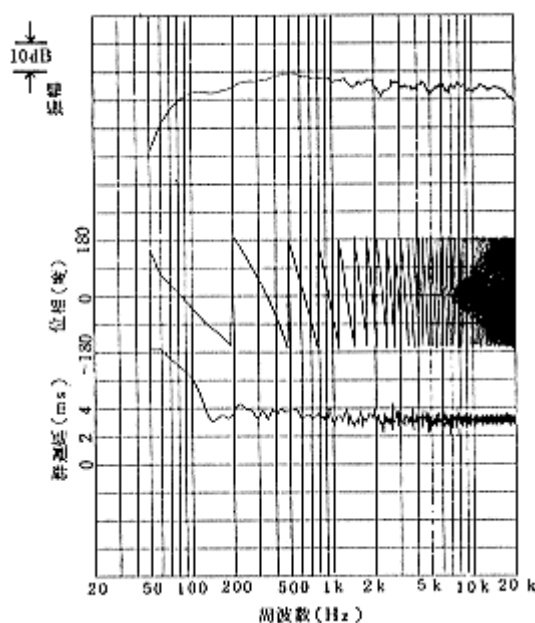


図12(b) 周波数特性(周波数軸対数)

10Hz, 最高周波数は約 20kHz である。周波数応答は sin, cos 項の係数, 振幅と位相, 振幅と群遅延等で表現できるが, ここでは振幅と位相特性を真数と対数の周波

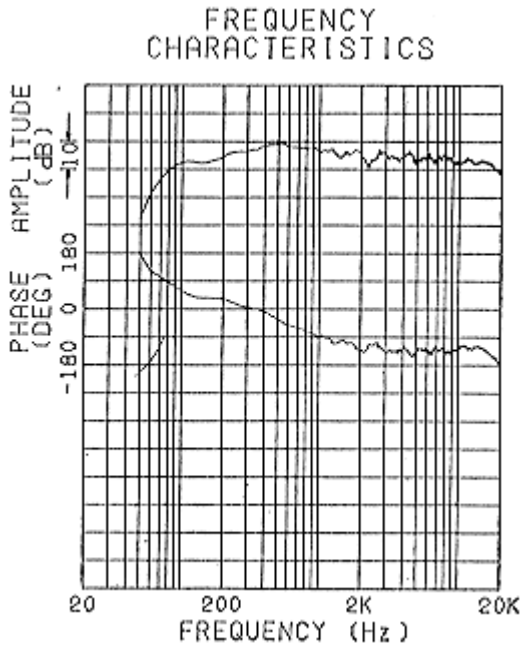


図 12 (c) 周波数特性 (周波数軸対数, 伝播遅延補正)

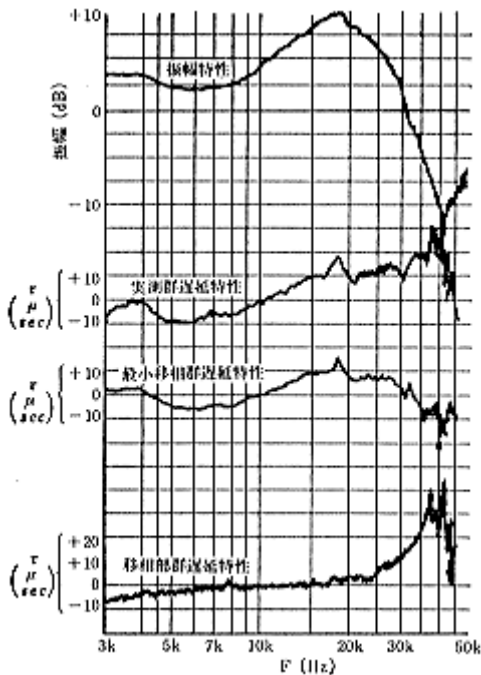


図 13 ピックアップカートリッジ周波数応答

数軸で表示した。なお位相特性はそのまま計算するとスピーカ, マイク間 1m の伝播時間 (約 3ms) の影響で周波数に比例した変化を受けている。これを群遅延の平均値で補正すると図 12 (c) のようになる。

補正を行っても ±180° で不連続が生ずることがあるので, スピーカの位相特性を見る場合にはこの点に注意を要する。

図 13 はピックアップカートリッジの周波数応答である⁽⁵⁾。振幅と群遅延の他に振幅特性からヒルベルト変換により求めた最小位相推移特性の群遅延が併記してあるので, 実際の群遅延特性と最小位相推移系との比較ができる。

4.3.3 過渡特性

線形・定常系の出力は入力信号の漂本列とインパルス応答のたたみ込み和で求まる。いまスピーカを線系・定常系とみなしてトーンバースト波入力の応答を求めてみよう。まず $-\infty < n < 0$ で $0, 0 \leq n < \infty$ で $\sin 2\pi f n T$ なる立ち上がり信号に対する応答は,

$$x_U(x) = \begin{cases} 0 & -\infty < n < 0 \\ \sin 2\pi f n T & 0 \leq n < \infty \end{cases}$$

と系のインパルス応答 $h(n)$ のたたみ込み(5)式により,

$$\begin{aligned} y_U(n) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k) \cdot x_U(n-k) \\ &= \sum_{k=-\infty}^n h(k) \sin 2\pi f (n-k) T + \sum_{k=n}^{\infty} h(k) \cdot 0 \\ &= \sum_{k=-\infty}^n h(k) \sin 2\pi f (n-k) T \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (28)$$

となる。

一方, $-\infty < n \leq 0$ で $\sin 2\pi f n T, 0 < n < \infty$ で 0 なる立ち下がり信号に対する応答も同様に,

$$x_D(n) = \begin{cases} \sin 2\pi f n T & -\infty < n \leq 0 \\ 0 & 0 < n < \infty \end{cases}$$

と $h(n)$ のたたみ込みにより

$$\begin{aligned} y_D(n) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k) \cdot x_D(n-k) \\ &= \sum_{k=-\infty}^n h(k) \cdot 0 + \sum_{k=n}^{\infty} h(k) \cdot \sin 2\pi f (n-k) T \\ &= \sum_{k=n}^{\infty} h(k) \cdot \sin 2\pi f (n-k) T \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (29)$$

となる。

4.3.1 のスピーカのインパルス応答から, 求めたスピーカシステムの過渡特性 $y_U(n), y_D(n)$ を 50ms 分求めたのが図 14 (a) である。

4.3.4 非線形ひずみ

図 15 は同じスピーカシステムの 2 次高調波ひずみ特性である。これはスピーカシステムを 1 W の正弦波で駆動

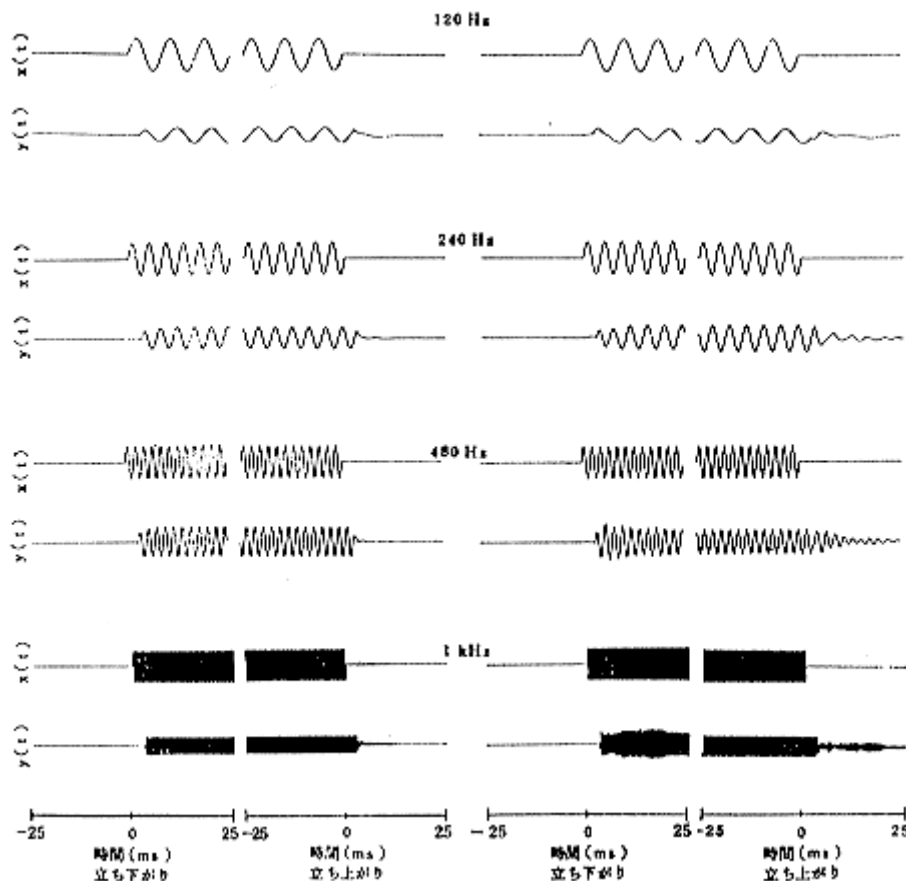


図14 スピーカシステム
とリスニングルームの
過渡応答

(a) 無響室(スピーカシステム) (b) リスニングルーム

してその応答を記録し、フーリエ分析した結果である。周波数は1/30オクターブステップで設定し、各周波数について駆動正弦波の8倍の周波数で標本化し16点の標本値を記録した。フーリエ分析は方形窓でこの16点について行うが、これは駆動正弦波2周期分に相当するので切り出しによる不連続は生じない。

外部雑音の影響を軽減するため本測定においても256回の同期加算を行った。また、分析の分解能を上げるために、各周波数についてAD変換器の入力レベルより1dB低くなるよう減衰量を制御している。同様の手法を用いて混変調ひずみの測定も可能である。

4.3.5 室内音響特性

室内音響特性においても部屋のインパルス応答あるいは伝達関数がわかれば、周波数伝達特性や残響時間等を計算することができる。

200m³程度のリスニングルームに同じスピーカシステムを置き、中心軸上1mで測定したインパルス応答(図

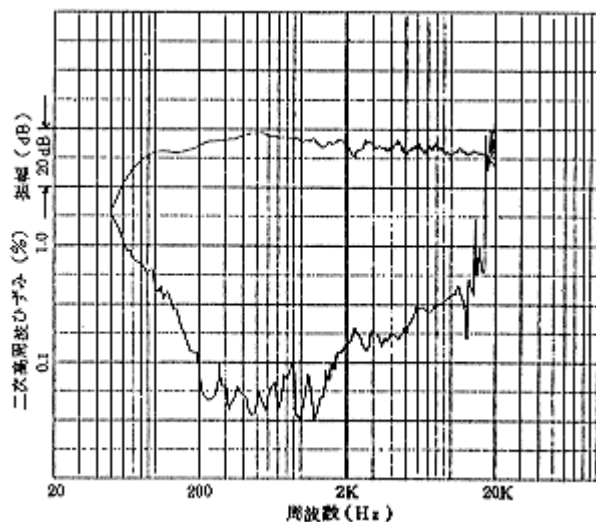


図15 スピーカシステムの2次高調波ひずみ

11(b))から計算した過渡特性が図15(b)である。無響室の特性と比較して見ると、どの周波数にも部屋の音響特性の影響が現れている。従ってこのインパルス応答から残響特性などが計算できる。インパルス応答をフーリエ変換して、必要な帯域のみ逆変換してやれば、インパルスにバンドパスフィルタを施した信号で系を駆動した時の時間波形が求まる。この波形から残響時間や D 値を求めることができる。

図16に1オクターブバンドの応答波形とそれを使ってM.R. Schroeder のインパルス積分法⁽⁶⁾で求めた残響波形を示す。この方法は一度インパルス応答を記録すれば、全周波数の残響波形が計算できるので測定時間を大幅に短縮できる。

図17にレコーディングスタジオのインパルス応答とオクターブバンドの応答波形を示す。

ところで、従来の測定方法ではホール等の使用状態での伝送特性の測定は困難であるが、デジタル処理技術を応用することにより、少なくともPA装置を使用する場合には使用状態での測定が可能である。すなわち、駆動信号と測定点の音圧をマルチチャンネルのPCMレコーダに記録し、入力のパワースペクトルと入出力のクロスパワースペクトルを計算することにより伝送特性を知ることができる。

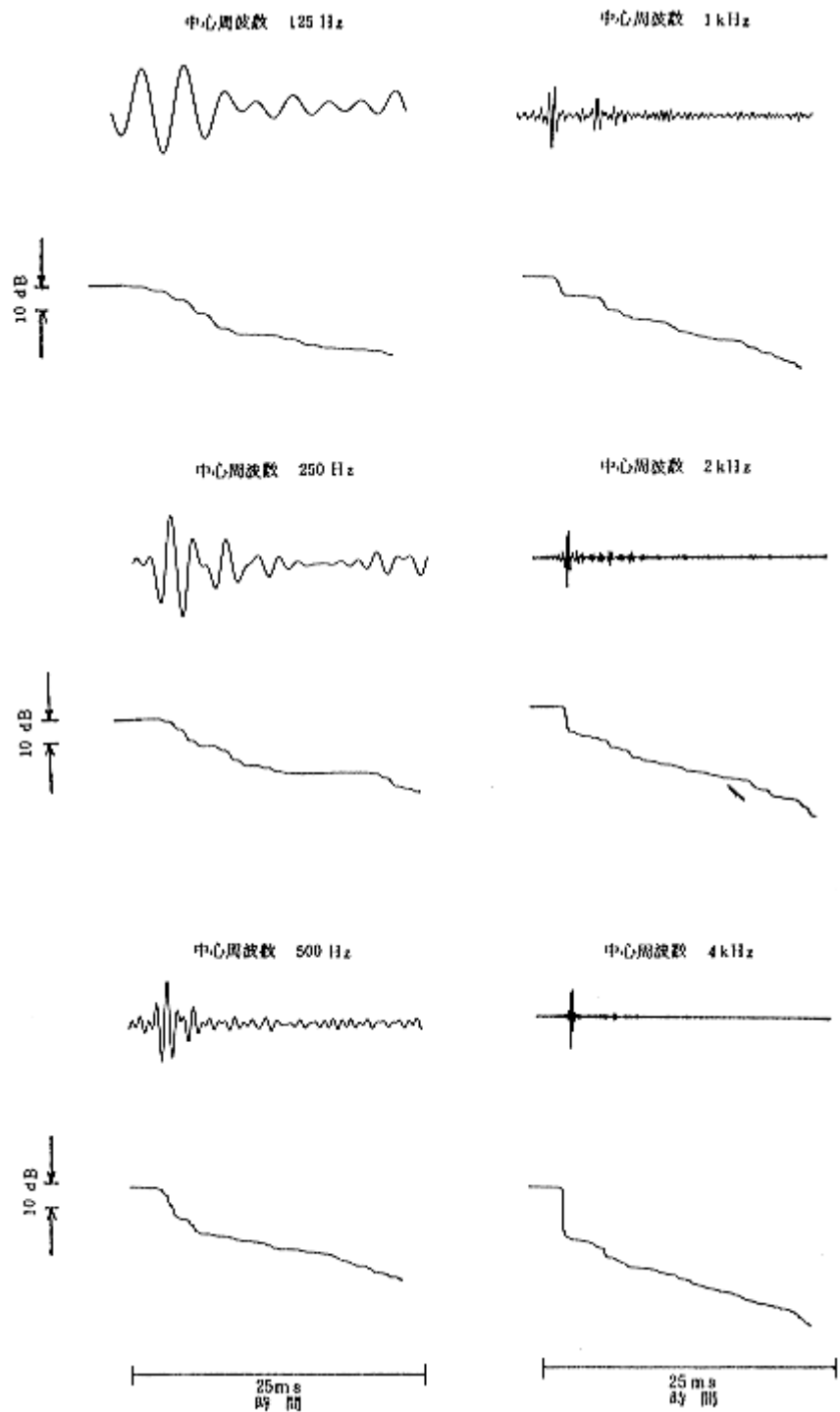


図16 インパルス応答から計算した残響波形(1オクターブバンド)

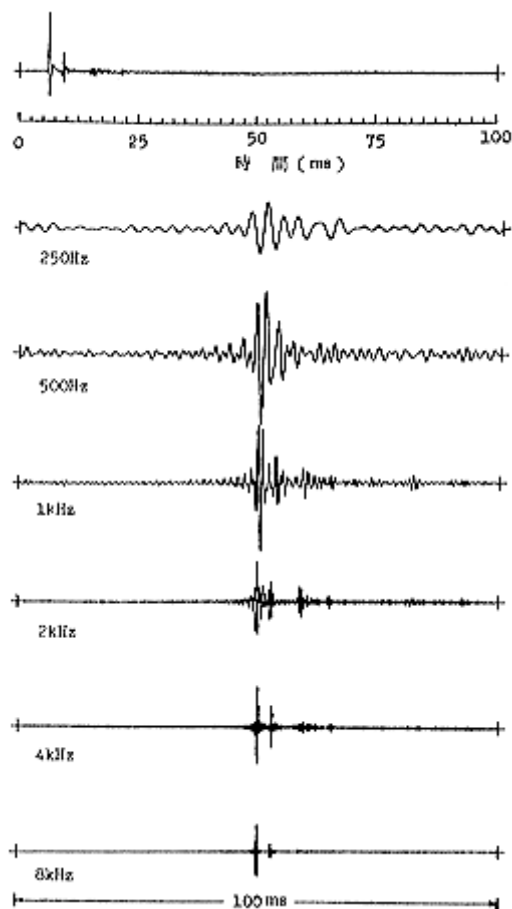


図17 レコーディングスタジオのインパルス応答とオクターブバンド応答波形

【前号の参考文献】

- (1) CROLL.M.G. 1970.Pulse-code modulation for high-quality sound signal distribution:quantising distortion at very low signal levels.BBC Research Department Report No. 1970/18.
- (2) D.W.Osborne:“Digital sound signals:further investigation of instantaneous and other rapid companding system,”BBC Research Department Report 1972/31.
- (3) 八田・山崎・伊藤:「広帯域音響信号のPCM伝送におけるビット節減について」日本音響学会講演論文集,昭和51年5月,p.197.
- (4) 山崎・伊藤:「広帯域音響信号の高忠実度PCM記録および伝送について」テレビジョン学会,録画研究会資料 11-2,1975年3月.
- (5) 八田・山崎・伊藤:「情報量に着目した広帯域音響信号のPCM伝送について」日本音響学会講演論文集,昭和50年5月.p.217.

【本号の参考文献】

- (1) A.V.Oppenheim & R.W.Schafer,“Digital Signal Processing”,1975. Prentice-Hall.
- (2) L.Rabiner & B.Gold,“Theory and Application of Digital Processing”,1975, Prentice-Hall.
- (3) J.W.Cooley,J.W.Tukey,“An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series”,Math.of Comput.,19,p.297(April 1965).
- (4)J.W.Cooley et al.:“Historical notes on the fast Fourier transform”,IEEE Trans.,AU-15,2,P.76(June 1967).
- (5) 村岡・尾上・高柳:「PUカートリッジの群遅延特性」日本音響学会講演論文集,49年6月,P.429.
- (6) M.R.Schroeder, :「New Method of Measuring Reverberation Time」The Journal of the Acoustical Society of America Vol. 37,p.409.