

# Kirchhoff 積分方程式に基づく 3次元バーチャルリアリティに関する研究

早稲田大学理工学総合研究センター 音響情報処理研究室 山崎芳男

## 1. まえがき

音響物理的な限界，もしくは建築デザイン面からの要請などにより，吸音材の設置，あるいは室形状の変更などのいわばパッシブな手法によって，ある室内音場が所望の音響特性を持つように調整することが困難な場合がありえる。その場合スピーカなど電気音響機器を利用して，音場を制御することが考えられる。このような望みの音場を合成する技術についての研究は古くから行われている。

複数の受音点においてその伝達関数を補償し，その受音点に所望の音場を再生するというような多点制御により，聴取者の耳元に厳密にある音場を再生したり，あるいは，近接した制御点の周りにある範囲において，音圧レベルを小さくするというような制御が提案されている。

これらの考え方にに基づき，ダミーヘッドの耳の位置に2つのマイクロホンを設置して2チャンネル収録を行い，2チャンネルヘッドホンをを用いて聴取するパイノーラルシステムにおいて，ヘッドホン受聴をスピーカ再生に置き換えたのがトランスオーラルシステムである。すなわちパイノーラルシステムのダミーヘッドなどで録音された音をそのまま2つのスピーカから再生したのでは，左耳のみに与えるべき音が右耳にも，右耳への音が左耳にも聴こえてしまう。そこでスピーカに与える信号に制御系を設け，このクロストークをキャンセルすることにより厳密な音場の再現が可能である。再生音場の響きが少ない場合には，M. R. Schroeder，三浦種敏，浜田晴夫，岡部肇らが提唱しているように，2つのスピーカでトランスオーラルシステムの実現が可能である<sup>1)</sup>。

さらに部屋に響きがあっても，実現可能な逆フィルタシステムMINT (Multiple - input/output Inverse Theorem) が，NTTの金田豊，三好正人らによって提案されている<sup>2)</sup>。この方法では，3つの制御系を設けることにより，正確な制御が可能となる。一般に $n + 1$ 個の制御系を設けることにより，響きのある一般室内の $n$ 点を精度よく制御することが可能である。

上述のトランスオーラル系で，スピーカ再生で正確な音場の再現可能であるが，音場が再現されるのはその人の耳の位置だけであるから，頭を動かすと制御系が崩れてしまう。頭部の動きを許容するには，その動きを検出してそれに応じて伝送系を変化させなければならない。さらに部屋の音響条件が変化すればそれに適応して制御しなければならないが，これは現実的には大変困難である。さらに3次元空間の音場を制御するためには，多点制

御の場合には制御領域すべての点の音圧を制御することが必要となり，制御系の規模が膨大となってしまう。

本報告では，Huygens の原理，Kirchhoff 積分公式に基づき波面合成により現実的な制御系の規模で，3次元空間の音場を制御することに関して検討し，音響情報処理研究室が今年度行った研究結果をまとめる。

## 2 . Huygens の原理

受聴者に音響情報を伝達する他の手段として，受聴者を取り囲む空間領域内において波面を合成する手法がある。波面を合成するための手法のうちの一つとして，Huygens の原理に基づき，ある制御領域の周辺にトリポールを設置して，その領域が波動方程式に支配されることから，所望の境界面の音圧および音圧傾度に比例してそれらの音源の強さを制御するものがある。これに関しては古くから提案がなされている<sup>3)</sup>。

G. A. Mangiante は，3次元での音波の伝達に関する Huygens の原理を用いることで，領域内の音場を制御することを試みた<sup>4)</sup>。この理論は，制御領域を囲む閉曲面上に任意の音圧と粒子速度を生成することができる音源を分布させることにより，制御領域内に望みの音場を生成するものであり，それをアクティブ騒音制御に応用した。この場合には望みの音場は音圧が0の音場である。

Huygens の原理とは，ある時点の波面を無数の渡瀬と考え，その波源から生じたものが次の波面であると考えたものである。この原理を用いてある音場を再現する場合には，閉曲面を取り囲む無数の点音源から任意の信号を出力するようなシステムが必要となる。

Huygens の原理に基づく騒音制御モデルを図 - 1 に示す。まず (a) は，騒音源を含む領域が制御領域の外に存在する場合のモデルである。ここで制御領域を  $V$ ，騒音源を含む領域を  $V_0$ ，制御領域の境界面を  $S$ ，制御しない領域を  $C_{\Omega+S}$  とする。そして境界面  $S$  上に音源を置いて制御を行う。次に (b) は，領域  $V$  を取り囲むように音源を配置してその外側の領域を制御領域  $V$  とするモデルである。このモデルに従った制御用音源の出力は，

$$p^A(M,t) = -\frac{1}{4} \int_S \left\{ \left( \frac{1}{rc} \left[ \frac{\partial}{\partial t} p_0 \right] + \frac{p_0}{pr} \right) \cos(n,r) + \left( \frac{1}{rc} \left[ \frac{\partial}{\partial t} p_0 \right] + \frac{p_0}{r^2} \right) \cos(n,r) \right\} d\sigma \quad (1)$$

となり，この式を実現するためにはモノポールとダイポールが必要となる。モノポール音源の出力は，

$$p_{(M)}^A(M,t) = -\frac{1}{4} \int_S \frac{1}{r} \left( \frac{1}{c} \left[ \frac{\partial}{\partial t} p_0 \right] + \frac{p_0}{\rho} \right) \cos(n,r) d\sigma \quad (2)$$

となり，ダイポール音源は，

$$p_{(D)}^A(M,t) = -\frac{1}{4} \int_{\Sigma} \frac{1}{r} \left( \frac{1}{c} \left[ \frac{\partial}{\partial t} p_0 \right] + \frac{p_0}{r} \right) \cos(n,r) d\sigma \quad (3)$$

となる。

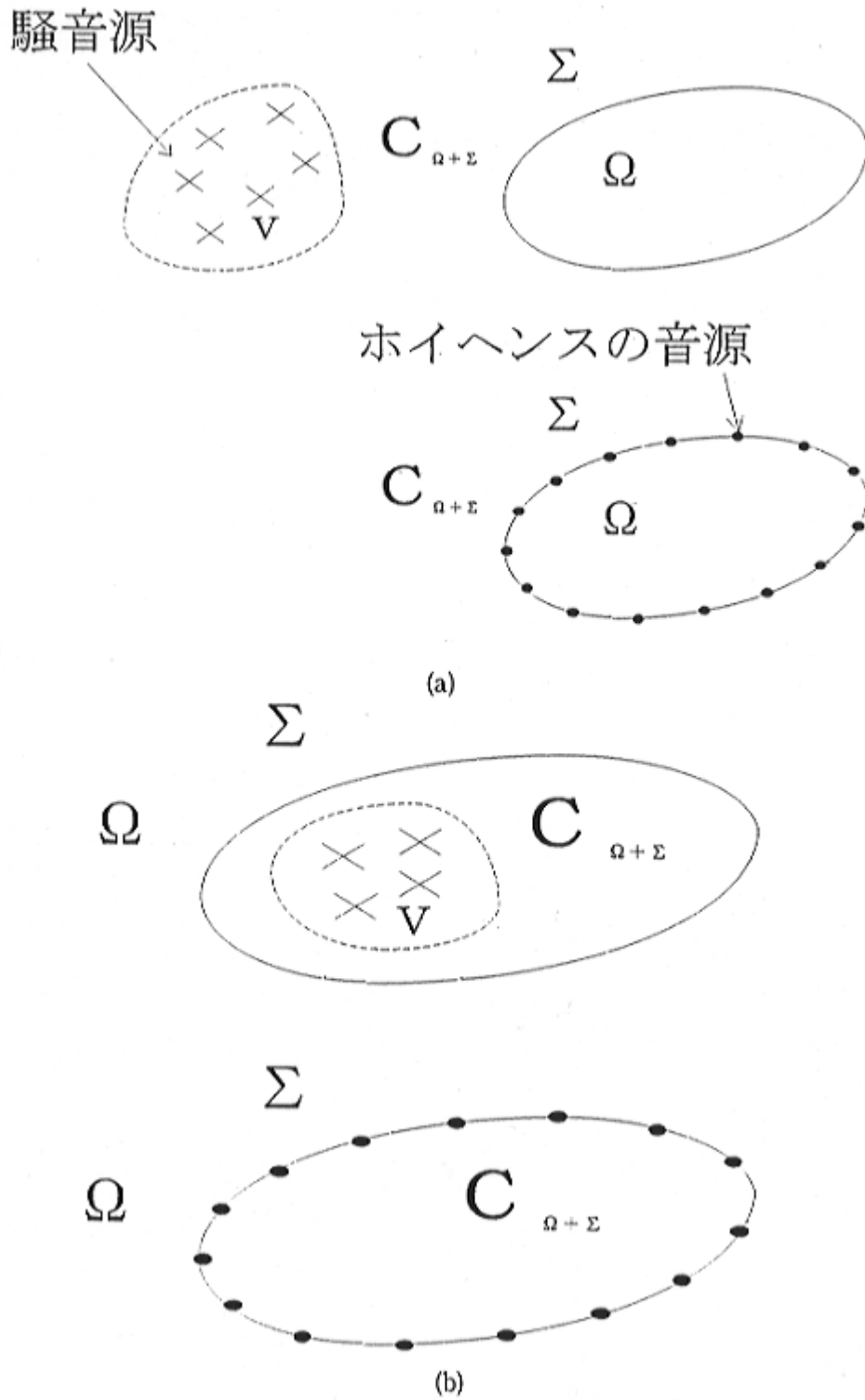


図 - 1 Huygens の原理

### 3. Kirchhoff の積分公式に基づく制御

ここでは波面合成法を Kirchhoff の積分公式に基づいて再考し，システムを合理的に実現する方法について考察する<sup>5)</sup>。

#### 3.1 Kirchhoff の積分公式

図 - 2 のように音源を含まない閉曲面  $S$  を想定した場合， Kirchhoff の積分公式は次式で表される。

$$p(r_i) = \iint_S \left( p(r_j) \frac{\partial G_{ij}}{\partial n} + j\omega p u_n(r_j) G_{ij} \right) ds \quad (4)$$

ただし，

$$G_{ij} = \frac{\exp(-jk|r_i - r_j|)}{4\pi|r_i - r_j|}$$

これは面  $S$  上の音圧  $p(r_j)$  と法線  $n$  方向の粒子速度  $u_n(r_j)$  を完全に制御することが可能であれば，閉曲面  $S$  の内部領域  $D$  の音場を完全に再現できることを意味する。

式(4)は定常音場における式であるが，音圧  $p$  と粒子速度  $u$  の瞬時値を制御することにより過渡音場についても同じことがいえる。

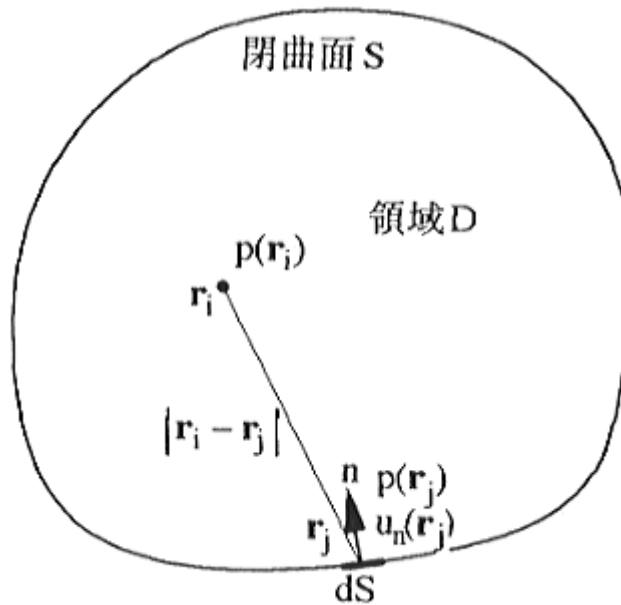


図 - 2 音源を含まない仮想的な閉曲面内の音場

### 3.2 Huygens の原理との関係

この手法は前述の Huygens の原理のように、境界条件を点音源と 2 重音源によって再現するのではなく、境界面に制御点を設置して、制御点よりも少ない個数の音源により所望の境界条件を満たすための最小 2 乗解を求める方法であり、原理的には音源の種類や設置位置にはよらない制御手法となっている。

すなわち Kirchhoff の積分公式に基づいてシステムを実現する場合には、音源について規定するものはなく、仮想的な閉曲面の音圧と法線方向の粒子速度を再現できればよい。

ところで、これらのようなアクティブ音場制御に関して現在まで主に研究されてきたものは、音場の逆フィルタ処理、すなわち制御前の音場の響きを取り除くという技術に基づいたものとなっている。つまり音源～受音点間の伝達関数のみに着目し、フィードフォワード制御を行うものである。

### 3.3 制御システムの実現

実際に音圧および粒子速度を面  $S$  上すべての連続的な点において制御することは不可能であるため、面の微小要素内では音圧  $p$  と法線  $n$  方向の粒子速度  $u_n$  が一定値であることを前提として面を離散化する必要がある。面を  $N$  点で離散化する場合には、式 (4) は次のようになる。

$$p(r_i) = \sum_{j=1}^N p(r_j) \int_{S_j} \frac{\partial G_{ij}}{\partial n} ds + j\omega p \sum_{j=1}^N u_n(r_j) \int_{S_j} G_{ij} ds \quad (5)$$

閉曲面  $S$  上の  $N$  点の音圧および法線方向の粒子速度を再現することにより、閉曲面  $S$  内の音場を完全に再現することが可能となる。

$N$  点の音圧および法線方向の粒子速度を  $M$  個の音源によって再現するための最適なシステムについて考察する。図 - 3 のように法線方向の粒子速度を 2 マイクロホン法により音圧信号から近似的に求めることとする。このとき、 $N$  点の音圧および法線方向の粒子速度を再現するためには、 $2N$  点の音圧信号が原音場と等しくなればよい。すなわち、これは  $2N$  点の音圧が原音場と最も近くなるようなフィルタの伝達関数  $H_i (i=1 \sim M)$  を求める問題となる。

再生音場における音源  $i (1 \sim M)$  ～ 受音点  $j (1 \sim 2N)$  間の伝達関数を  $C_{ij}$  とし、音源  $i$  の前段フィルタの伝達関数を  $H_i$  とする。原音場における音源～受音点  $j$  間の伝達関数を  $P_j$  とすると、再生音場と原音場の差を最小にするための評価関数  $J$  は次のようになる。

$$J = \sum_{j=1}^{2N} \left( P_j - \sum_{i=1}^M H_i C_{ij} \right)^2 \quad (6)$$

上式が最小となるようなフィルタの伝達関数を求めるためには、次式を解けばよい。

$$\frac{\partial J}{\partial H_i} = 0, \quad i=1,2,\dots,M \quad (7)$$

Huygens の原理による方法では，理想的な点音源と2重音源が必要となり，実際のスピーカでは実現が困難であると考えられる。そのためKirchhoff の積分公式に基づいて仮想的な閉曲面の音圧と粒子速度を再現するほうが，制御用音源に関して比較的实现しやすいと考えられる。

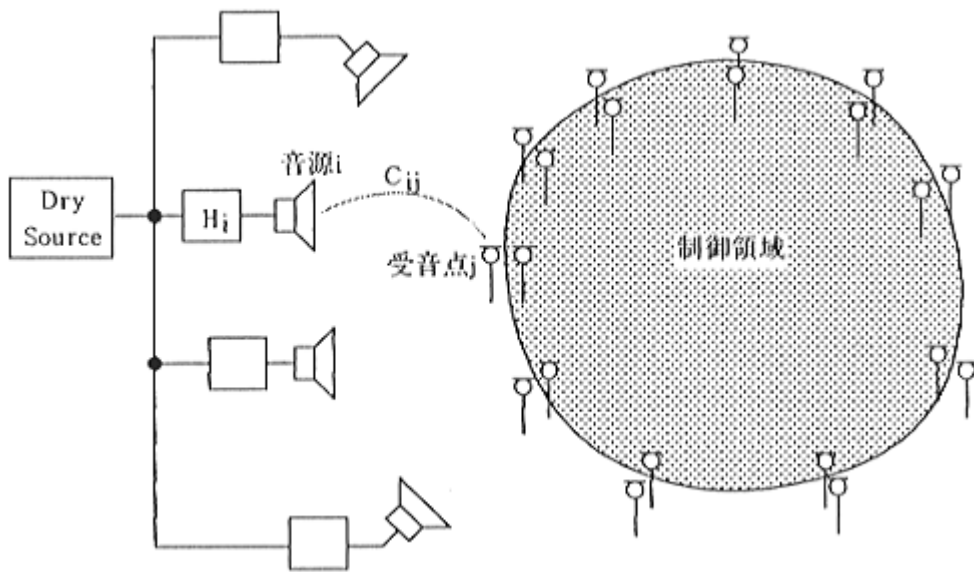


図 - 3 再生音場におけるシステムの構成

## 4. 音場再現

### 4.1 伊達らによるマルチマイクロホンシステムに基づく音場制御

伊達らによって提案されたマルチマイクロホンシステムは、Kirchhoff の積分公式に基づいて、空間のある領域内で発生した音波には感度を持つが、領域外で発生した音波には感度を持たない空間特性を持つ受音の原理であり、音源からの距離によって受波器の感度に変化し、音波の空間的な遮断を実現するものである<sup>9)</sup>。

図 - 4 のような選択受音モデルでの音圧に関する Kirchhoff の積分公式は、 $r$  が閉空間内にある場合には、

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt_0 \iiint_{\Omega} dv_0 \left[ \frac{1}{R} q \left( \frac{R}{c} - (t - t_0) \right) p \right] \\ = \Psi(r, t) - \frac{1}{4\pi} \iint_{\Gamma} ds_0 \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial n_0} - \frac{(R, n_0)}{R^3} \Psi - \frac{(R, n_0)}{R^2 c} \frac{\partial \Psi}{\partial t_0} \right]_{t=t_0=R/c} \quad (8)$$

となる。

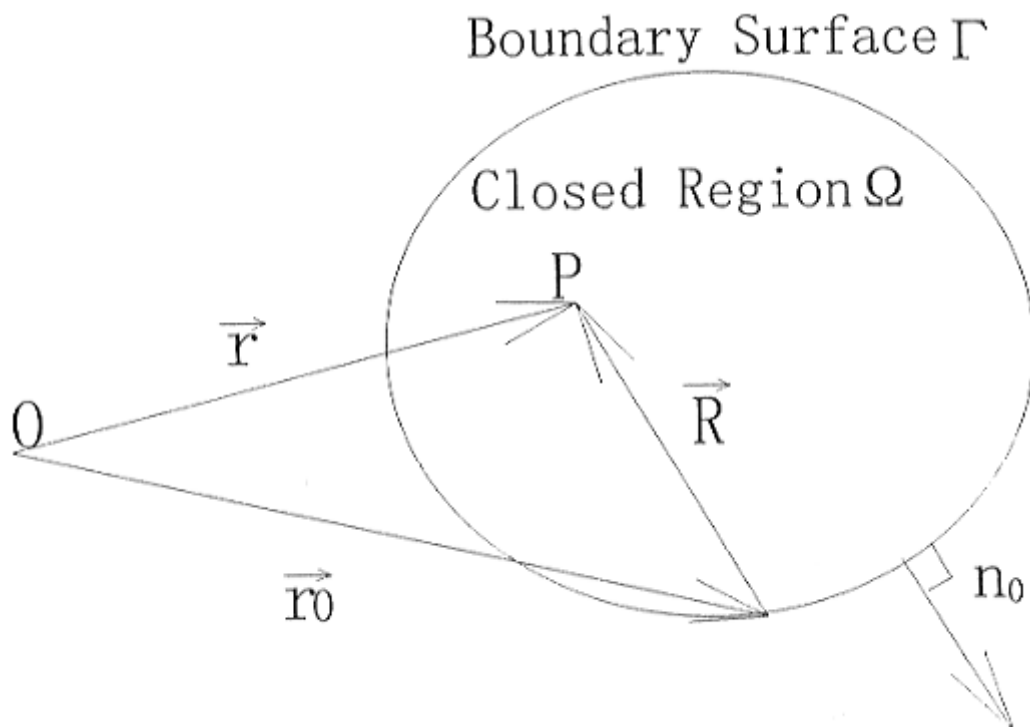


図 - 4 伊達らによる選択受音モデル

境界面を半径  $a$  の球面に限定し、境界面を  $M$  個に等分割してその中心位置に受音素子を置く。原点  $0$  に考え直して  $r$  を  $0$  とするとシステム出力は、

$$\alpha(r_q, t) = \Psi(o, t) - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \left[ a \frac{\partial \Psi_i}{\partial n_{0i}} + \Psi_i + \frac{a}{c} \frac{\partial \Psi_i}{\partial t_0} \right]_{r_0=t-a/c} \quad (9)$$

になる。

図 - 5 は上式の伝達関数ブロック図である。このブロック図を変形して受音素子をすべてスピーカに置き換えたときの伝達関数ブロック図が、図 - 6 である。システムの構成図を図 - 7 に示す。Filter1 および Filter2 の係数値は、図の四角枠で囲ってある部分である。この伝達関数をもとにシステムを構成すると、領域内部では音場の特性が変わらずに領域外部でのみ音が減衰するシステムとすることが可能である<sup>7)</sup>。

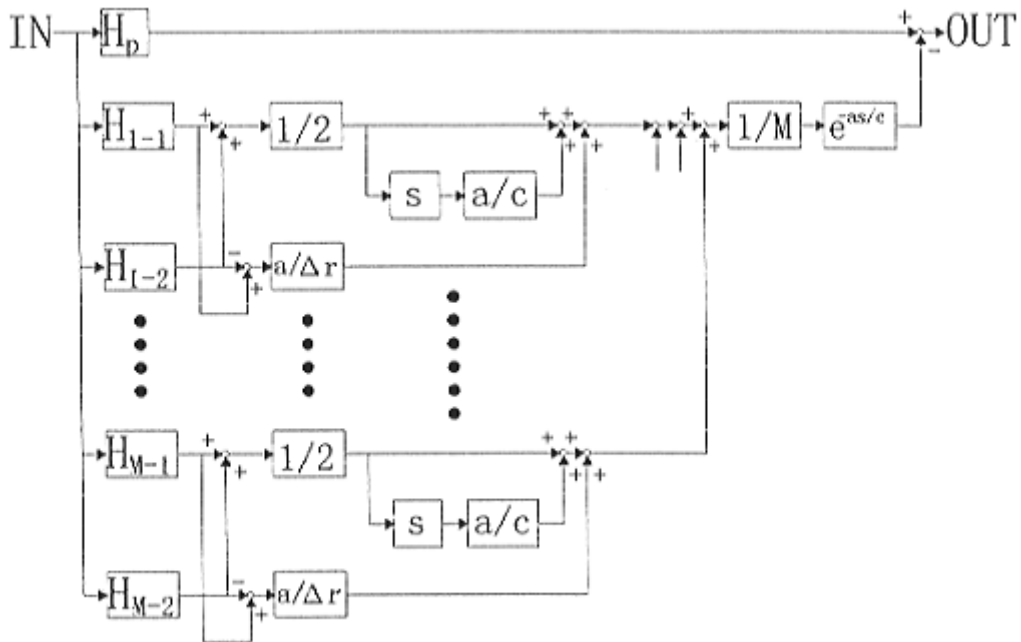


図 - 5 伊達らによる伝達関数ブロック図



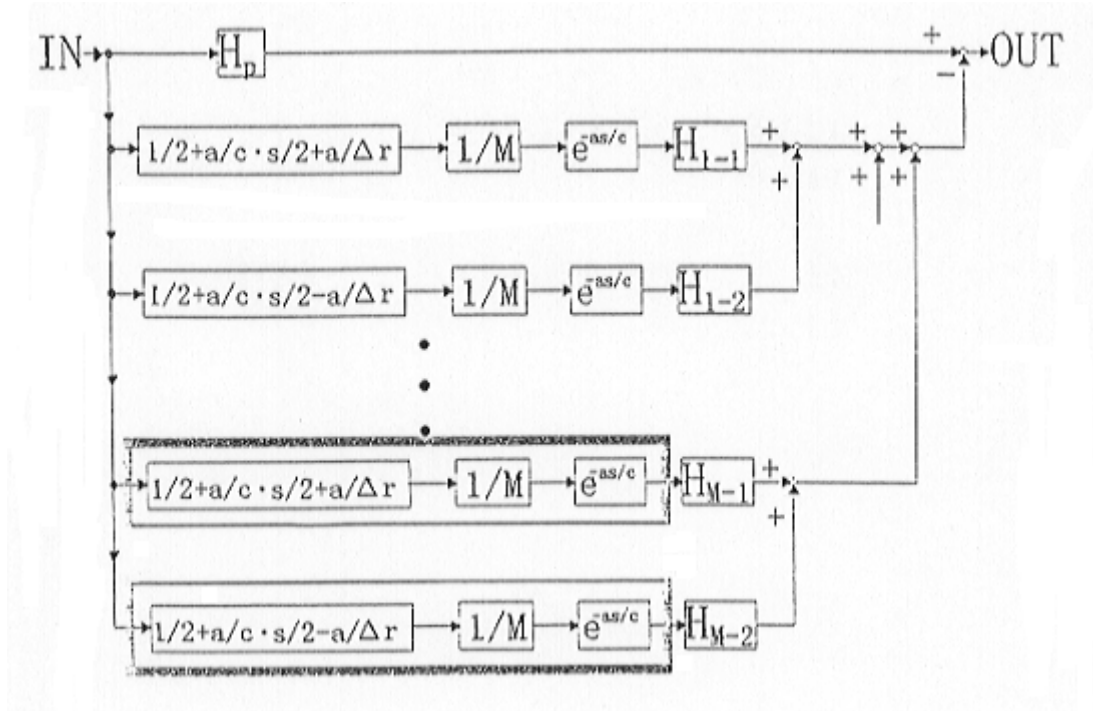


図 - 6 伝達関数ブロック図

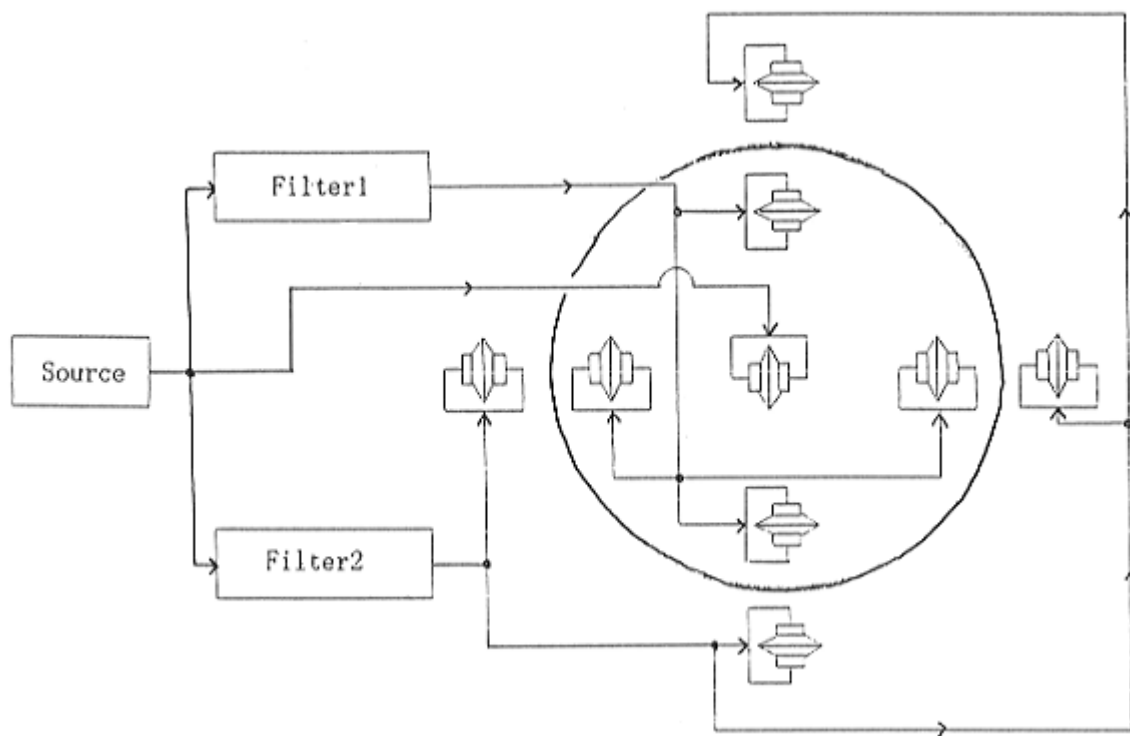


図 - 7 システム構成図

## 4.2 計算機シミュレーション

### (1) 音圧分布シミュレーション

図 - 6 の伝達関数ブロック図から図 - 7 のシステム構成の各 2 次音源の前段に設置するフィルタの係数が求められるので、それをもとに計算機シミュレーションを行った。

シミュレーションを行う際の中心音源の座標を(1.5, 1.5, 0)にとり、中心音源から 2 次音源であるダイポール音源の中心までの距離を 1m として、自由音場でのシミュレーションを行った。なおダイポール音源を構成している 2 つの音源間の距離は 0.1m とした。

まず音圧分布の計算を行った。音場モデルを図 - 8 に示す。計算結果を図 - 9 に示す。1 次音源のみを駆動した場合と、球を正 4, 6, 8, 12, 20 面体に近似した場合である。

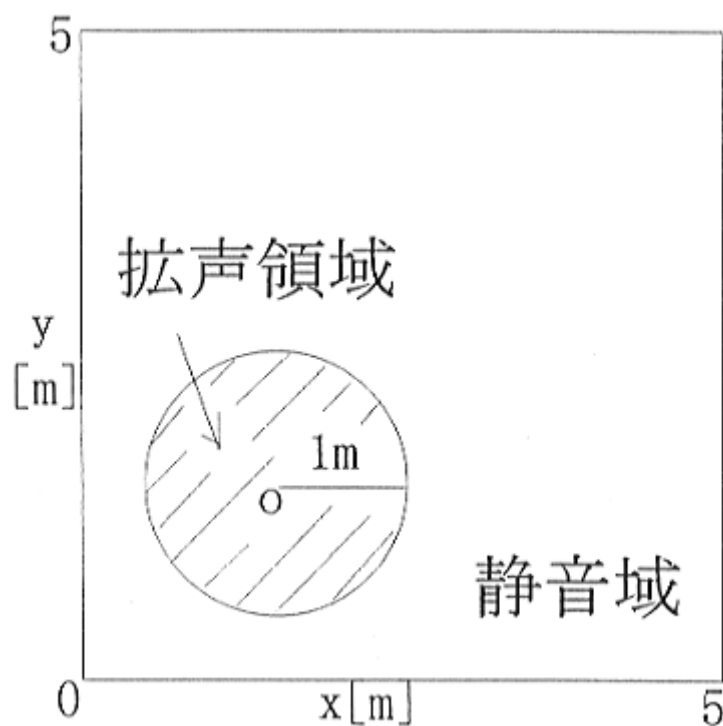
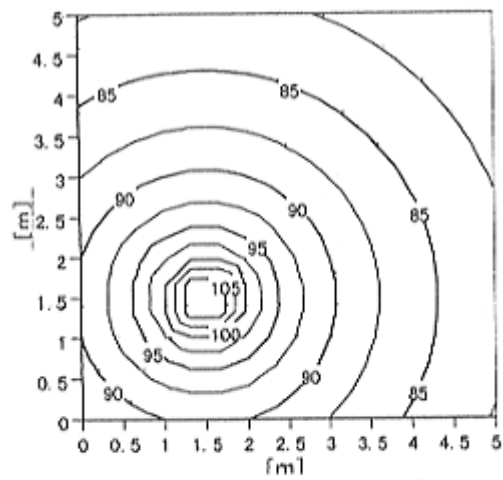
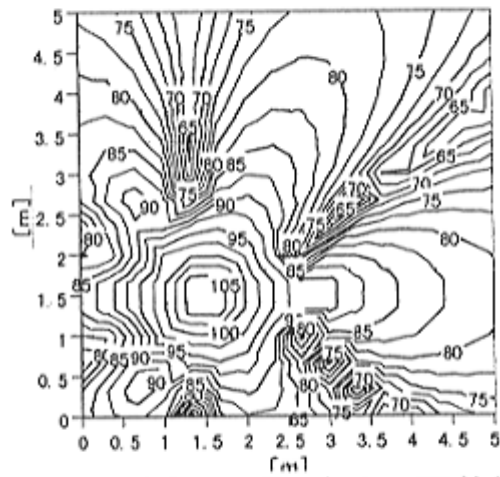


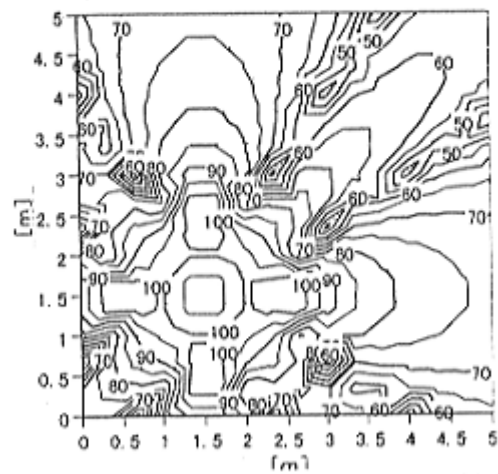
図 - 8 音場モデル



1 次音源のみ駆動

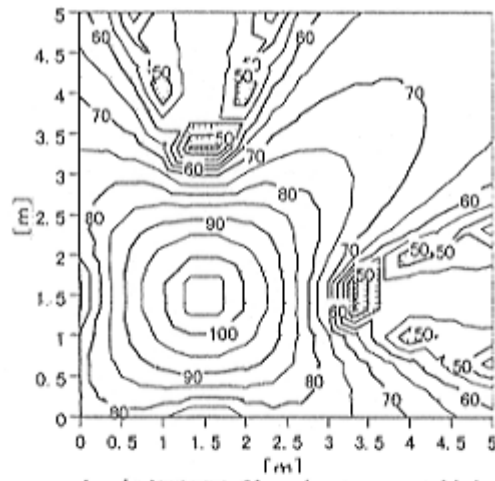


2 次音源駆動 (正 4 面体)



2 次音源駆動 (正 6 面体)

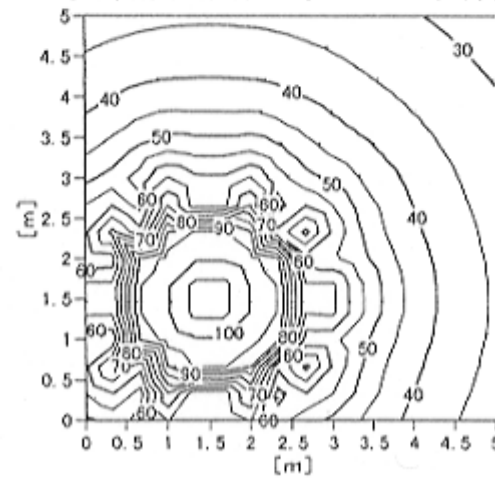
図 - 9 音圧分布図



2次音源駆動（正8面体）



2次音源駆動（正12面体）



2次音源駆動（正20面体）

図 - 9 音圧分布

次に図 - 10 のように中心音源から 45 度の角度で受信点を徐々に離していったとき、各周波数で面数が変わったときの音圧の相対利得を計算した。結果を図 - 11 に示す。

音圧分布図から 1 次音源のみを駆動した場合と、2 次音源を駆動した場合とで比較すると、領域外での音圧は 100Hz、20 面体近似で最大 55dB 程度の低減が見られる。場所によっては面数が少ないほうが領域外での音圧が上がっている点も存在するが、全体的には近似する面数が増えるほど、領域内の音圧分布は 1 次音源のみを駆動した場合の音圧分布に近づき、かつ領域外の音圧は低くなっている。音圧の相対利得を見ると、シミュレーションで行ったすべての近似面数で音圧の低減が見られる。

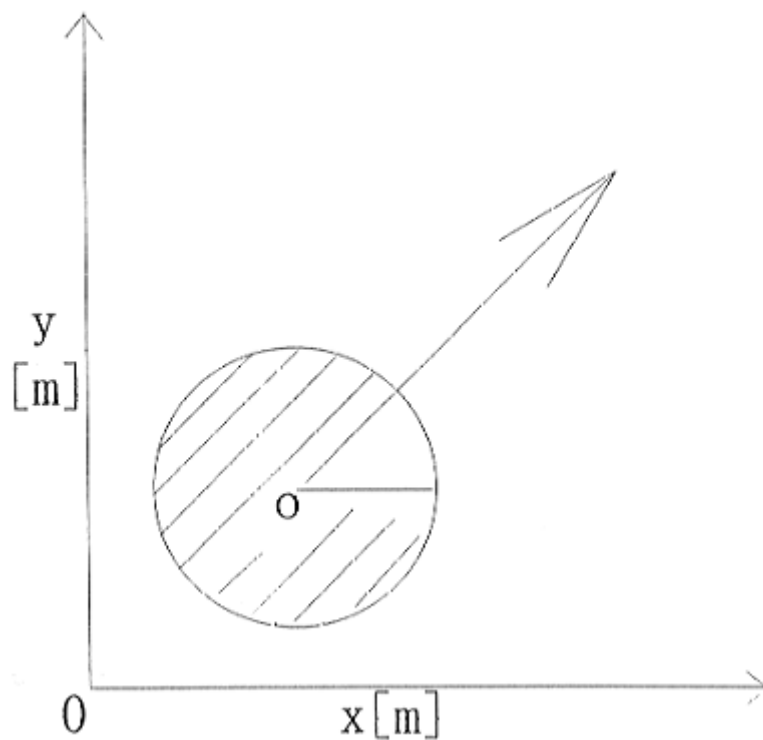


図 - 10 相対利得音圧モデル

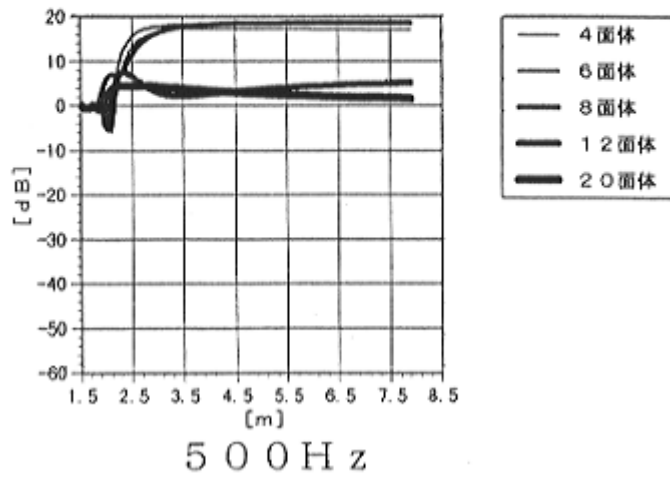
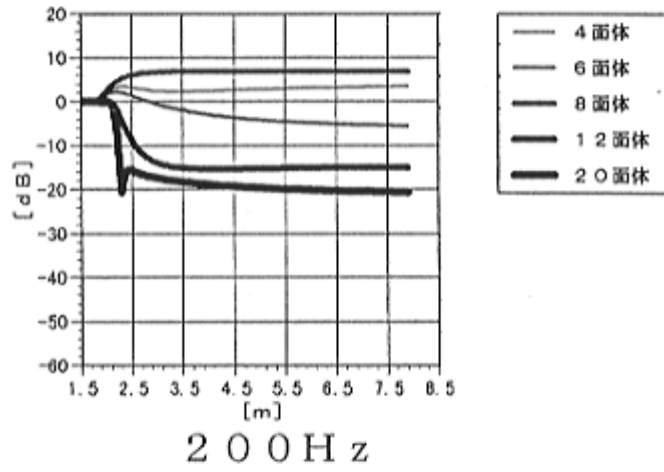
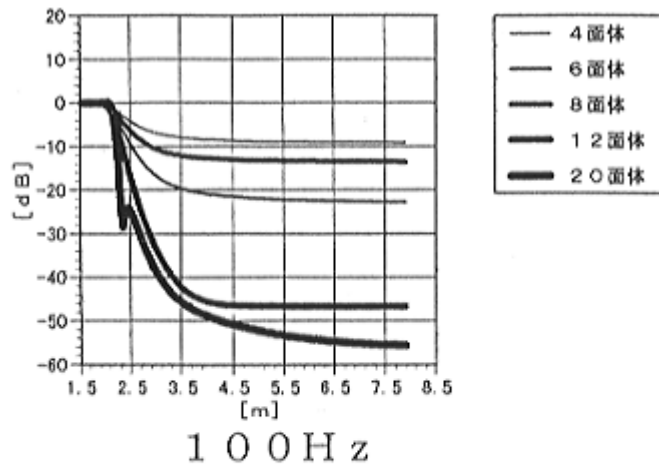


図 - 11 音圧の相対利得

## (2) 周波数特性シミュレーション

シミュレーションモデルを図 - 12 に示す。領域内の点  $(1.8, 1.8, 0.0)$ 、領域外の点  $(3.0, 3.0, 0.0)$  の2点における周波数特性を計算した。結果を図 - 13 に示す。

領域内では近似面の数によらずほぼ相対利得が0に等しい。領域外では20面体近似で約350Hzまでは音圧レベルが低減している。

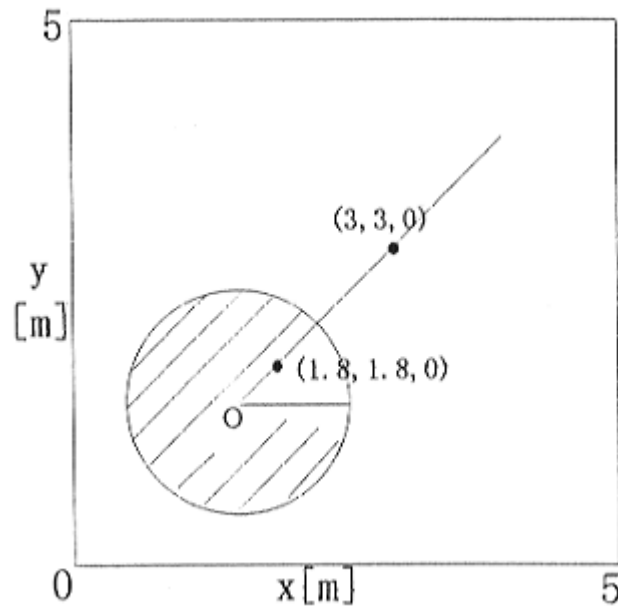
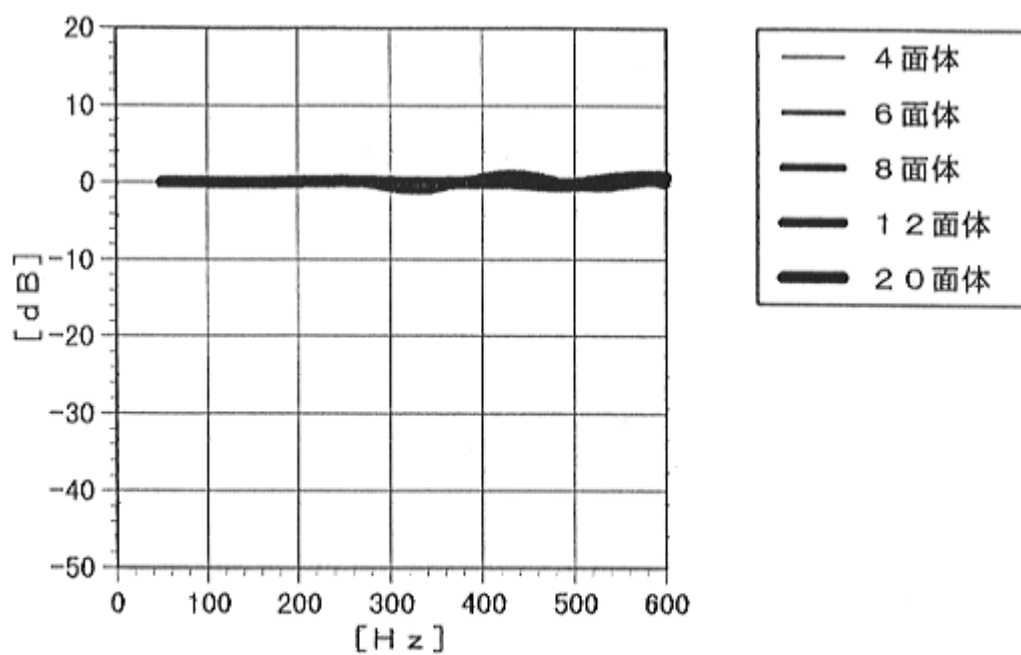
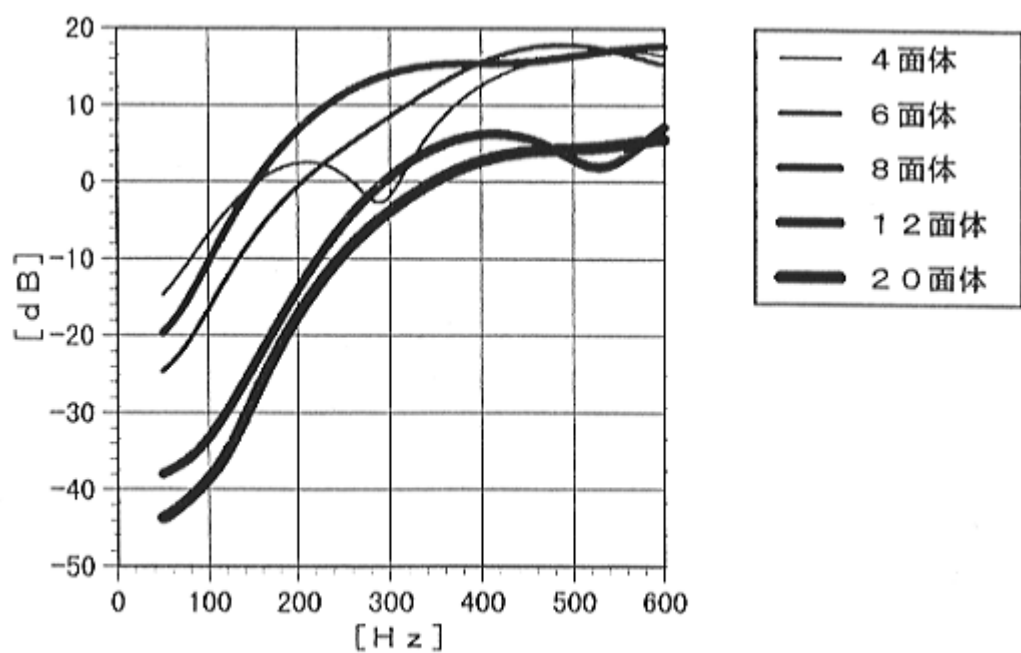


図 - 12 周波数特性シミュレーションモデル



(a) (1.8, 1.8, 0.0)



(b) (3.0, 3.0, 0.0)

图 - 13 周波数特性



## 5. 制御系を削減した波面合成法

ここでは音の到来時間の差に着目し近接4点法で計算された反射音分布に基づき実現可能な規模で波面合成により音場を再現する方法について検討する。

### 5.1 Kirchhoff の積分公式の半空間への拡張

Kirchhoff の積分公式によると、領域内に音源がなく境界上のすべての点での音圧と粒子速度を制御すれば領域内に所望の音場を実現することができる。

ここで図 - 14 に示すように境界  $S$  で音源と受音点が分けられているとき、Reyleigh 積分およびその離散化により

$$p(r, \omega) = |z - z_1| \sum_n \left( p(r_n, \omega) \frac{1 + jk|r - r_n|}{2\pi|r - r_n|^3} e^{-jk|r - r_n|} \right) \Delta x \Delta y \quad (10)$$

となる。ここで  $\Delta x, \Delta y$  を十分小さくとれば内部の音場は完全に再現される。

このとき図 - 14 の境界  $S_1$  より右側は境界  $S_1$  以外の面を完全吸音としなければならない。音源が多数の場合は全面吸音したうえで全面にスピーカを配置しなくてはならない。

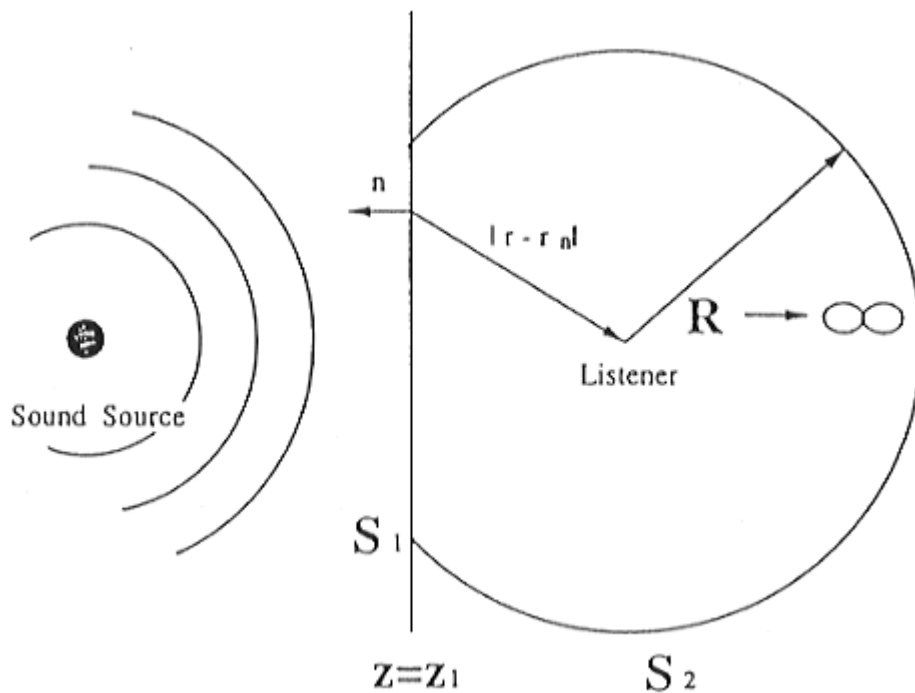


図 - 14 Kirchhoff 積分方程式の半空間への拡張

## 5.2 制御系の削減

式(10)を実現するには標本化定理より再現したい波長の半分の間隔でスピーカを配置しなければならない。例えば10cm間隔で配置した場合には約1.7kHzまでしか再現できないことになる。しかし現実には制御点が膨大となり実現は不可能である。

そこで図-15に示すように入射した音圧を  $n$  個で離散化し1個のスピーカで再現するような関数  $W$  を導入する方法が提案されている<sup>8)</sup>。

$$W_{ni} = |z_0 - z_1| \frac{1 + jk|r_n - r_i|}{2\pi|r_n - r_i|^3} e^{-jk|r_n - r_i|} \Delta x \Delta y$$

$$\frac{e^{-jk|r_n - r_i|}}{2\pi} |r_n - r_i| (jk \cos \phi_{ni}) \Delta x \Delta y \quad (11)$$

この  $W$  により近似的に波面を合成する。すなわちスピーカの音圧は次式となる。

$$P(z_1) = W(z_1, z_0) P(z_0) \quad (12)$$

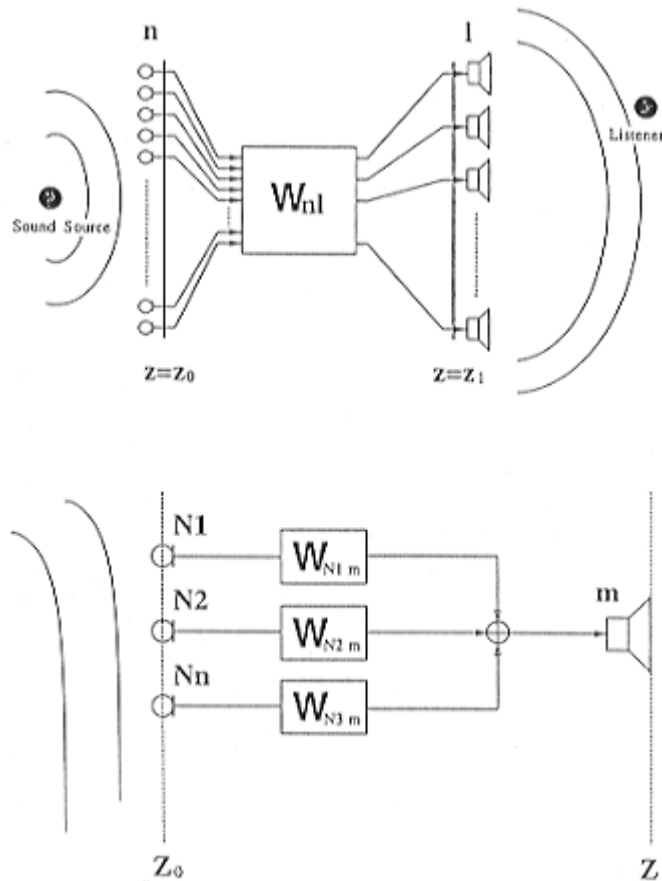


図 - 15  $n$  から 1 への変換

## 6. むすび

トランスオーラル系など多点制御によって3次元空間の音場を制御するためには、制御領域すべての点の音圧を制御することが必要となり、制御系の規模が膨大となってしまうため、本報告では、波面合成により現実的な制御系の規模で、3次元空間の音場を制御することに関して検討した。

波面合成による音場制御の例として、伊達らによって提案されたマルチマイクロホンシステムに対して相反性を利用した、領域内部では音場の特性が変わらずに領域外部でのみ音が減衰するシステムを提案し、所望の制御効果が得られることがわかった。

3次元空間の音場を記述するKirchhoffの積分公式によると、領域内に音源がなく境界上のすべての点での音圧と粒子速度を制御すれば領域内に所望の音場を実現することができる。これを実現するための方法としては、Huygensの原理に忠実に、ある制御領域の周辺に点音源と2重音源を設置して、それらの音源の強さを制御するものと、Kirchhoffの積分公式に基づき、境界面に制御点を設置して、制御点よりも少ない個数の音源により所望の境界条件を満たすための最小2乗解を求める方法がある。前者の方法は理想的な点音源と2重音源が必要となるが、音場の逆フィルタ処理を行う必要はない。後者の方法は原理的には音源の種類や設置位置にはよらない制御手法となっているが、音場の逆フィルタ処理が必要となる。

さらにBerkhoutらによって提案されている、Kirchhoffの積分公式を半空間へ拡張し、制御系を削減する方法について整理し、音の到来時間の差に着目し近接4点法で計算された反射音分布に基づき実現可能な規模で波面合成により音場を再現する方法について検討した。

### 参考文献

- 1) 浜田晴夫，“基準的収音・再生を目的とするOrthostereophonic Systemの構成，” 日本音響学会誌 39, 5, 337 - 348 (1983).
- 2) 三好正人，金田豊，“音場の逆フィルタ処理に基づく能動騒音制御，” 日本音響学会誌 46, 1, 3 - 10 (1990).
- 3) M.J.M.Jessel and G.A.Mangiante，“Active Sound Absorbers in an Air Duct，” J. Sound Vib. 23, 3, 383 - 390 (1972).
- 4) G.A.Mangiante，“Active sound absorption，” J.Acoust.Soc.Am. 61, 6, 1516 - 1523 (1977).
- 5) 伊勢史郎，鮫島俊哉，山崎芳男，“キルヒホッフ積分公式に基づく音場制御理論とその応用，” 建築音響研究会資料 AA94 - 5 (1994).
- 6) 伊達玄，古家賢一，三上節子，“空間分離能を持つ受渡の原理，” 日本音響学会誌 46,

728 - 735 ( 1990 ).

7) 馬場貞如, 大内壤裕, 杉山義清, 山崎芳男, 鮫島俊哉, “ 能動制御による集中拡声,”  
音詩論集, 575 - 576 ( 1991 . 3 ).

8) A.J.Berkhout, D.de Vries and P.Vogel, “ Acoustic Control by Wave Field Synthesis ,”  
J.Acoust.Soc.Am. 93, 2764 - 2778 ( 1993 ).