

# キルヒホッフ積分公式に基づく音場制御理論とその応用

The theory of active control based on Kirchhoff's integral equation and its application.

伊勢史郎                      鮫嶋俊哉                      山崎芳男  
Ise Shiro                      Samejima Toshiya                      Yamasaki Yoshio

早稲田大学  
Waseda University

内容梗概:キルヒホッフの積分公式に基づいて音場制御の原理を再考し,音源が制御領域外にあればその配置は基本的には限定されないことを示す。また,この考え方に基づいて音域制御システムを構成する方法について検討し,その妥当性をコンピュータシミュレーションにより確認する。コンピュータシミュレーションでは,まず任意の点に音源が定位するような音域を創成するシステム,すなわちステレオフォニクスを実現するシステムを想定する。次に音響インピーダンスを制御することにより音の流れを制御するANCシステムを想定する。以上の想定をもとにシステムの構成条件を変えたときの制御の性能などについて検討する。

## 1. まえがき

音場制御の技術はある空間的な範囲において望みの音場を再現(あるいは創成)しようというものである。その萌芽的研究は1930年代に始まり,その後さまざまな研究がなされてきたが,近年のコンピュータ技術,デジタル信号処理技術の急速な発達と普及が,その実用化の可能性を高めている。音場制御の原理に関する理論的な研究は1960年代後半に始まり, Jessel, Mangiante, Canevetらがホイヘンスの原理に基づいて定式化している<sup>(1)(2)</sup>。この理論は制御の対象となる空間領域(以下制御領域と呼ぶ)を囲む閉曲面上に任意の音圧と粒子速度を生成することができる音源を分布することにより,その制御領域において望みの音場を創成することができるというものである。これまでも様々な音場制御理論の解釈が試みられており,その中にはキルヒホッフの積分公式を用いているものもある<sup>(3)(4)(5)</sup>。これらの研究は基本的にはJesselらの流れを汲むものであり,制御領域を囲む閉曲面上に音源を配置することを前提としている。そのため,我々が実際に生活する3次元音場においてシステムを構成する場合には,音源の大きさや数などの物理的な制約が大きく,その実

現極めて難しいとされている。

一方,最近のANCの実験的な研究により,従来の理論どおりにシステムを構成しなくても3次元音場のある空間的な範囲において,ANCによる効果が得られることが確認されている<sup>(6)(7)(8)(9)</sup>。我々はこれまでの研究で従来の理論では説明し得ない3次元音場におけるANCをキルヒホッフの積分公式に基づいて説明することを試み<sup>(10)</sup>,その説明がANCだけではなく音場制御一般に適用可能であることを示した<sup>(11)(12)</sup>。

本報告ではキルヒホッフの積分公式に基づいて音場制御の原理を再考し,音源が制御領域外にあればその配置は基本的には限定されないことを示す。また,この考え方に基づいて音場制御システムを構成する方法について検討し,その妥当性をコンピュータシミュレーションにより確認する。コンピュータシミュレーションでは,まず任意の点に音源が定位するような音場を創成するシステム,すなわちステレオフォニクスを実現するシステムを想定する。次に音響インピーダンスを制御することにより音の流れを制御するANCシステムを想定する。以上の想定をもとにシステムの構成条件を変えたときの制御の性能などについて検討する。

## 2. 音場制御理論の解釈

### 2.1 キルヒホッフの積分公式の解釈

図1のように音源を含まない閉曲面  $S$  を想定した場合、キルヒホッフの積分公式は次式で表される。

$$p(\mathbf{r}_j) \iint_S \left( p(\mathbf{r}_i) \cdot \frac{G_{ij}}{\partial n} + j\omega p_0 u_n(\mathbf{r}_i) \cdot G_{ij} \right) dS \quad (1)$$

ただし、

$$G_{ij} = \frac{\exp(-jk|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|)}{4\pi|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} \quad \mathbf{r}_i \in D, \mathbf{r}_j \in S$$

これは面  $S$  上の音圧  $p(\mathbf{r}_i)$  とは線 方向の粒子速度  $u_n(\mathbf{r}_i)$  を完全に制御することが可能であれば、閉曲面 の内部領域  $D$  の音場 ( $p(\mathbf{r}_i): \mathbf{r}_i \in D$ ) を完全に再現できることを意味する。

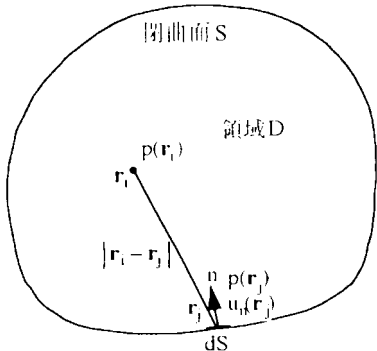


図1 音源を含まない仮想的な閉曲面内の音場

式(1)は定常音場における式であるが、音圧  $p$  と粒子速度 の瞬時値を制御することにより過渡音場についても同じことがいえる。

### 2.2 ホイヘンスの原理との違い

ホイヘンスの原理は、ある時点の波面を無数の波源と考え、その波源から生じたものを次の波面と考えるものである。従来の音域制御理論はこの波源を二次的な音源として配置することを前提としている。キルヒホッフの積分公式は当然ホイヘンスの原理を説明し得るものであるが、閉曲面上に二次音源を配置する必要はなく、閉曲面上の音圧と粒子速度を実現できれば、制御領域において望みの音域が得られることを保証するものである。

### 2.3 音場制御システムの実現

音圧および粒子速度を面  $S$  上すべての連続的な点において監視することは実際にはできない。したがって、面の微小要素内では音圧  $p$  と粒子速度  $u_n$  が一定値であることを前提として面を離散化することとする。面を  $N$  点で離散化する場合には、閉曲面  $S$  上の  $N$  点の音圧および法線方向の粒子速度を監視することとなる。また、インテンシティ測定法で使われているように音圧と粒子速度を2つのマイクロホンの出力信号から計算する方法、すなわち2マイクロホン法を用いる場合には音場制御システムは図2のような構成となる。

このとき、 $N$  点の音圧および法線方向の粒子速度を再現するためには、 $2N$  点の音圧信号が原音場と等しくなれば良い。すなわち、これは  $2N$  点の音圧が原音場と最も近くなるようなフィルタの伝達関数  $H_i (= 1 \sim M)$  を求める問題となる。

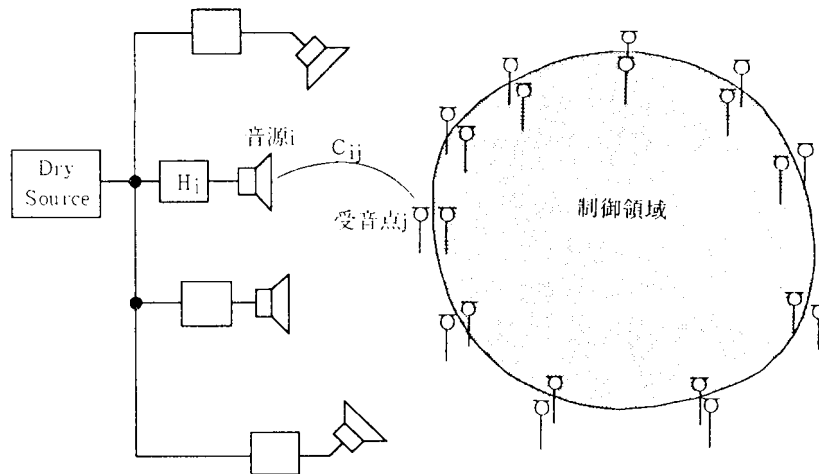


図2 再生音場におけるシステムの構成

る。

再生音場における音源  $i(=1 \sim M)$  - 受信点  $j(=1 \sim 2N)$  間の伝達関数を  $C_{ij}$  とし、音源  $i$  の前段フィルタの伝達関数を  $H_i$  とする。原音場における音源 - 受信点  $(=1 \sim 2N)$  間の伝達関数を  $p_j$  とすると、再生音場と原音場の差を最小にするための評価関数  $J$  は次のようになる。

$$J = \sum_{j=1}^{2N} \left| p_j - \sum_{i=1}^M H_i C_{ij} \right|^2 \quad (2)$$

評価関数  $J$  が最小となるようなフィルタの伝達関数を求めるには、次式を解けばよい

$$[\mathbf{R}](\mathbf{H}) = (\mathbf{Q}) \quad (3)$$

ただし、

$[\mathbf{R}]$ :  $\mathbf{R}_{ik}$  からなる 次正方マトリクス  
 $(\mathbf{H})$ ,  $(\mathbf{Q})$ :  $\mathbf{H}_k, \mathbf{Q}_k$  からなる 次ベクトル

$$\mathbf{R}_{ik} = \sum_{j=1}^{2N} C_{ij} C_{kj}^* \quad \mathbf{Q}_k = \sum_{j=1}^{2N} P_j C_{kj}^*$$

### 3. 数値計算による検討

本手法の妥当性を調べるために2種類のケースについて数値計算による検討を行う。まず任意の点に音源が定位するような音場を創成するシステム、すなわちステレオフォニクスを実現するシステムを想定する。次に、音響インピーダンスを制御することにより音の流れを制御するANCシステムを想定する。以上の想定をもとにシステムの構成条件を変えたときの制御の性能などについて検討する。

#### 3.1 ステレオフォニクスシステム

原音場として図3(A)のように2次元の自由音場を想定し、一辺の良さが  $2[\text{m}]$  の正方形の制御領域から  $\mathbf{R}[\text{m}]$  の位置に点音源を設置する。再生音場として図3(B)のように2次元の自由音場に  $M$  個の音源を設置する。境界線を  $N$  個で要素分割し、各要素の中心における音圧と法線方向の

粒子速度が原音場と近くなるように再生音場における各音源の出力信号を決定する。

2次元音場において位置  $\mathbf{r}_0$  の点音源による位置  $\mathbf{r}_j$  における音圧  $p$  と  $n$  方向の粒子速度  $u_n$  は次のようになる。

$$p(\mathbf{r}_j) = j\omega p_0 H_0^2(k|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_0|) \quad (7)$$

$$u_n(\mathbf{r}_j) = k H_1^2(k|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_0|) \frac{d}{dn}(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_0) \quad (8)$$

ただし、 $H_n^k$  は第  $n$  種  $k$  次の Hankel 関数である。再生音場における各音源の位置、複素振幅をそれぞれ  $\mathbf{r}_i, A_i$  とすると、位置  $\mathbf{r}_j$  における音圧  $p'$  と  $n$  方向の粒子速度  $u'_n$  は次のようになる。

$$p'(\mathbf{r}_j) = j\omega p_0 \sum_{i=1}^M A_i \cdot H_0^2(k|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (9)$$

$$(10) \quad u'_n(\mathbf{r}_j) = k \sum_{i=1}^M A_i \cdot H_1^2(k|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \frac{d}{dn}(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)$$

再生音場における音圧  $p(\mathbf{r}_j)'$  と法線  $n$  方向の粒子速度  $u'_n(\mathbf{r}_j)$  が原音場のものと等しくなるように未定パラメータ  $A_i$  を決定すればよい。そのときの評価関数  $J$  は次のようになる。

$$J = \sum_{j=1}^N |p(\mathbf{r}_j) - p(\mathbf{r}_j')|^2 + \sum_{j=1}^N |u_n(\mathbf{r}_j) - u_n(\mathbf{r}_j')|^2 \quad (11)$$

評価関数  $J$  を最小とする未定パラメータ  $A_i (i=1 \sim M)$  を決定するには、最小二乗法に基づいて次式を解けばよい。

$$\frac{\partial J}{\partial A_i} = 0 \quad i=1 \sim M \quad (12)$$

式(12)に式(7) - (11)を代入して、各音源の最適な複素振幅を  $A_i$  を求める。

#### 3.2 計算結果

##### (1) 音圧と粒子速度の制御

図3において  $R=0.4, M=20, N=0.5$ , 周波数  $400\text{Hz}$  のときの原音場と再生音場の音圧の振幅と位相の分布を図4(a)(b)に示す。それぞれ、上半面が再生音場、下半面が原音場の等高線図で

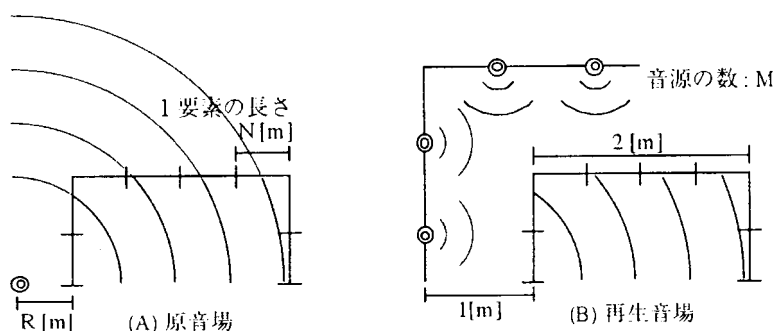


図3 想定した2次元音場の上半面

ある。制御領域内では振幅、位相とも原音場と再生音場はほぼ等しい。

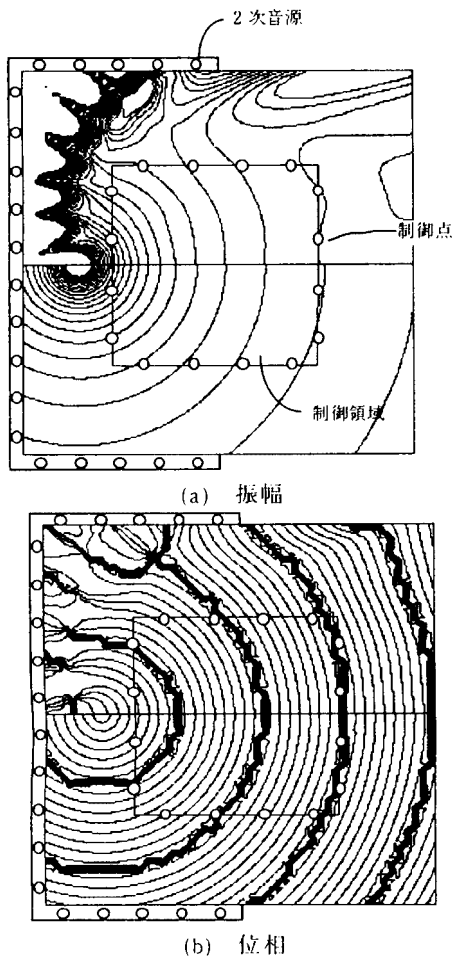


図4 音圧分布(上半面:再生音場, 下半面:原音場)

### (2) 音圧のみの制御

古家,一ノ瀬は境界面において音圧と粒子速度をともに制御する必要はなく、音圧のみを制御すればよいことを数学的に証明している<sup>(13)</sup>。ここでは式(11)の第2項を省き、音圧のみの式としたときの再生音場の精度について検討する。原音場と再生音場の音圧分布の対応を評価するため、次のような誤差値  $E$  を定義する。 $\mathbf{r}_i (i=1 \sim 100)$  は領域内の任意の点である。誤差値  $E$  が小さいほど原音場と再生音場の音圧分布の対応はよいこととなる。

$$E = 10 \log \frac{\sum_{i=1}^{100} (p(\mathbf{r}_i) - p'(\mathbf{r}_i))^2}{\sum_{i=1}^{100} p(\mathbf{r}_i)^2} \quad (13)$$

$R = 0.4, M = 16$ , 周波数 400Hz のとき, 1要素の長さを  $N = 2/7 \sim 2/2$  [m] と変化させたとき

の誤差値  $E$  を図5に示す。丸 (pu-control) は音圧と粒子速度を共に制御した場合、四角は音圧 (p-control) のみを制御した場合の誤差値である。ともに要素が小さいほど誤差値は小さくなった。音圧のみの制御では  $N = 2/6 \sim 2/2$  では精度が比較的悪く,  $N = 2/7$  となったときに音圧と粒子速度を共に制御した場合と同じ精度になった。音圧のみを制御する場合にはエラーセンサーの数を十分に多くする必要があると考えられる。

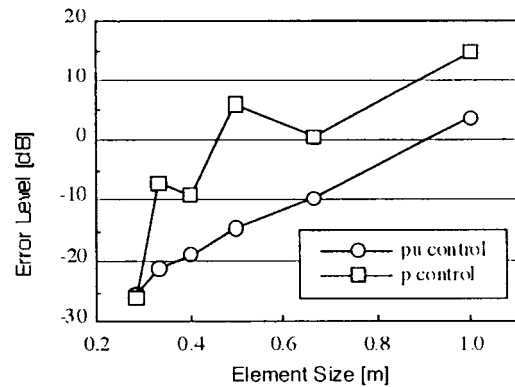


図5 要素数の変化による誤差値  $E$  の変化

### 3.2 インピーダンス制御による ANC

我々はアクティブノイズコントロール(ANC)を音響エネルギーを視点として解釈することを試みてきた<sup>(14)</sup>。その結果, ANCを音響インピーダンスの制御と考えることにより, さまざまな種類のANCを統一的に解釈することが可能となった<sup>(10)</sup>。ここでは, その解釈を積極的に取り入れ, ある空間に音響インピーダンスが0となる仮想的な壁面を構成することを試み, 境界要素法を用いた数値計算手法により確認する。望みの音場として図2の制御領域内のあらゆる点において音圧が0となることを想定する。この場合には  $2N$  個の受音点に設置したマイクロホンの出力信号が全て0となるようにシステムを決定する。

図6のように  $3 \times 4$  [m] の室内に数個の音源があり, 開かれた窓(あるいはドア)から騒音が外に流れ出るという場合を想定する。各音源を関連付けることにより開かれた窓の位置で音響インピーダンスが0となる仮想的な壁面を構成し, 騒音を中に閉じ込めるようなANCシステムを構成することを考える。この場合には窓の位置における音圧と粒子速度が0となるように制御す

ればよい。すなわち、図6のように2つのマイクロホンを窓の位置に配列し、その出力信号が最小になるようにシステムを決定する。

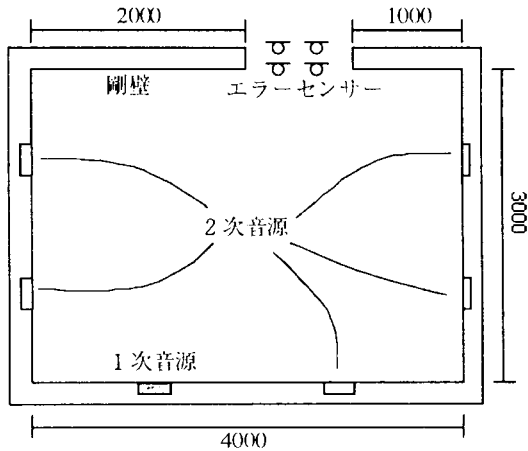


図6 計算条件

(1) 定式化

1つの要素内では音圧  $p$  と粒子速度  $u_n$  が一定であると仮定して、式(1)を離散化し、以下の条件の元に定式化すると式(14) - (17)のようになる。

- (1)  $\mathbf{r}_k (k=1 \sim K)$  の位置に  $K$  個の振動速度  $u_n(\mathbf{r}_k)$  の音源がある。
- (2)  $\mathbf{r}_l (l=1 \sim L)$  の位置に任意の振動速度  $u_n(\mathbf{r}_l)$  で駆動できる  $L$  個の2次音源がある。
- (3) 以上の音源以外の位置の境界はすべて剛壁とする。
- (4)  $\mathbf{r}_m (m=1 \sim M)$  の位置にエラーセンサーを設置し、その位置の音圧  $p(\mathbf{r}_m)$  の2乗和が最小となるように、2次音源の振動速度  $u_n(\mathbf{r}_l)$  を決める。

$$p(\mathbf{r}_m) = \sum_{j=1}^N p(\mathbf{r}_j)g_n(m, j) + \sum_{k=1}^K u_n(\mathbf{r}_k)g(m, k) + \sum_{l=1}^L u_n(\mathbf{r}_l)g(m, l) \quad (14)$$

$$\frac{1}{2} p(\mathbf{r}_i) = \sum_{j=1}^N p(\mathbf{r}_j)g_n(i, j) + \sum_{k=1}^K u_n(\mathbf{r}_k)g(i, k) + \sum_{l=1}^L u_n(\mathbf{r}_l)g(i, l) \quad (15)$$

ただし、

$$g_n(i, j) = \int_{S_j} \frac{\partial G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j)}{\partial n} dS \quad g(i, j) = \int_{S_j} j\omega p_0 G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) dS$$

$$J = \sum_{m=1}^M |p(\mathbf{r}_m)|^2 \quad (16)$$

$$\frac{\partial J}{\partial u_n(\mathbf{r}_l)} = 0 \quad (17)$$

(2) 計算条件

図6の境界条件のもとに式(14) (17)を解き、音圧分布、音響エネルギーの流れすなわちインテンシティフローを計算した。上記境界条件において分割要素数  $N=140$ 、一次音源の数  $K=1$ 、二次音源の数  $L=5$  とし、エラーセンサーの数と配置は図7のように3つのケースを想定した。

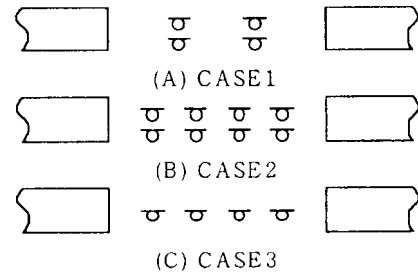
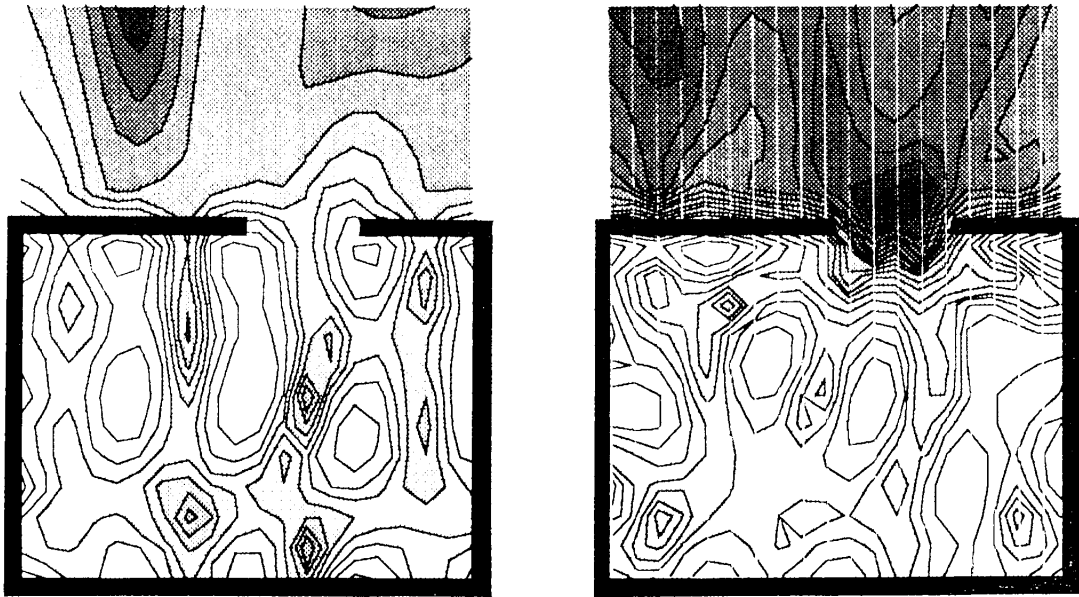


図7 エラーセンサーの配置

(3) 計算結果

CASE1の条件の音圧分布を図8に示す。ただし、周波数範囲は中心周波数200Hz、1/3オクターブバンドである。色が薄い方が音圧レベルが高いことを示し、等高線は2dBおきに描いた。制御OFFのときの音源の振動速度の二乗和が制御ONのときと同じ大きさになるように調整した。制御ONのときには室外の音圧レベルが低減していることがわかる。室外の平均音圧レベルは15dB低減し、室内の平均音圧レベルは2dB増加した。またインテンシティフローを図9に示す。制御することによりエラーセンサーの付近では音響エネルギーの流れがなくなっていることがわかる。これらの結果からエラーセンサー付近では音響エネルギーが反射されていると考えられる。また、2次音源が音響エネルギーを吸っている様子も見受けられる。

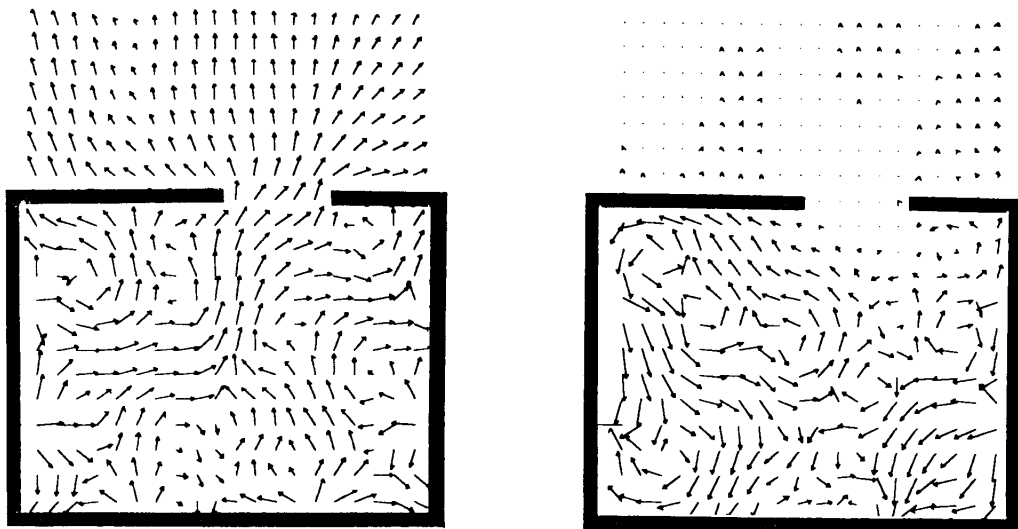
同様の条件(CASE1)で中心周波数400Hzにおける制御OFF、ONのときの音圧レベルとインテンシティフローを図10、11に示す。制御により室外の平均音圧レベルは4dB低減し、室内の平均音圧レベルは変化しなかった。また、200Hzの場合とは異なり、2次音源が音響エネルギーを吸うことはなくなり、音源間の相互作用の影響は小さくなっているといえる。



(A) 制御OFF

(B) 制御ON

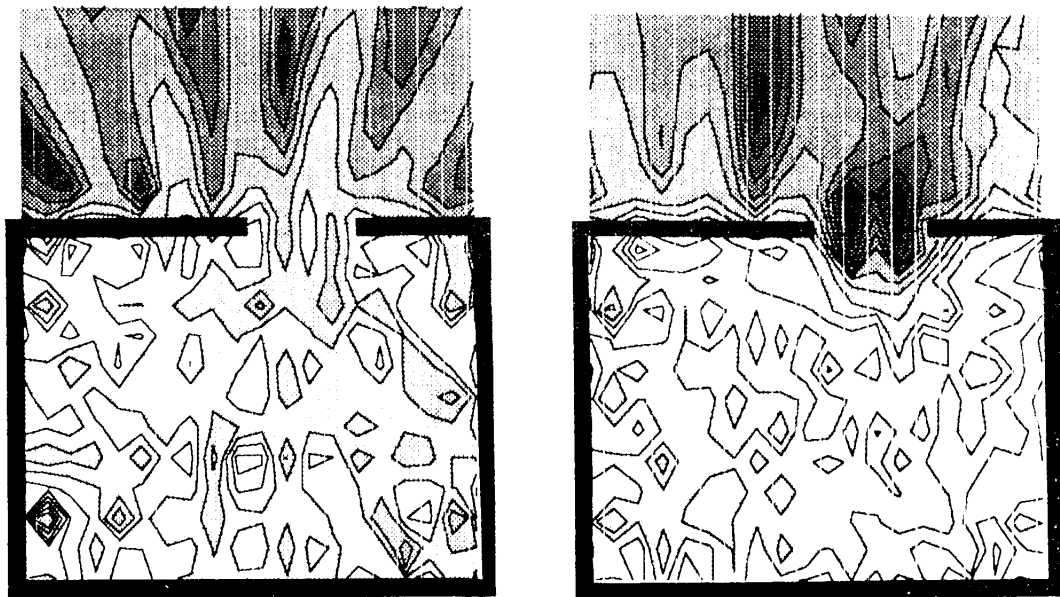
図8 音圧分布 (CASE1, 200Hz)



(A) 制御OFF

(B) 制御ON

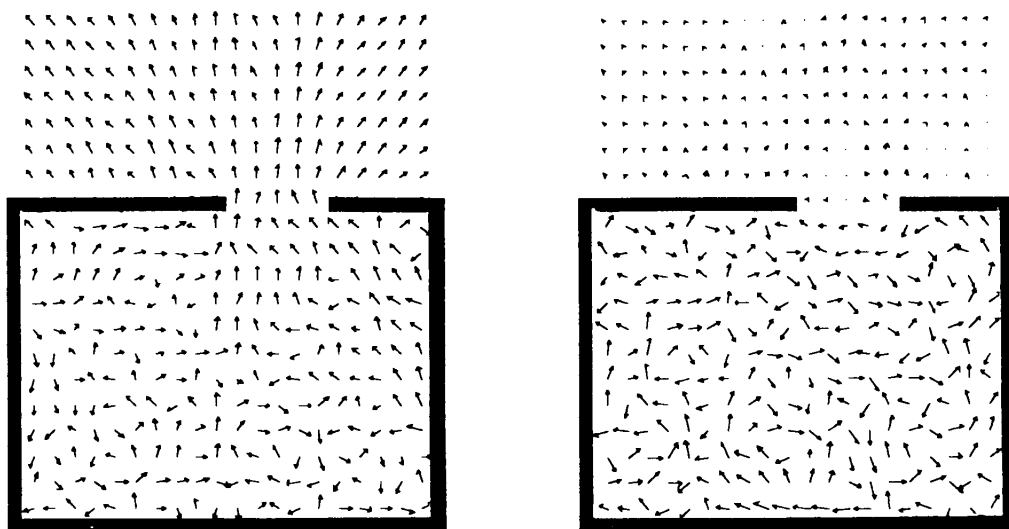
図9 インテンシティフロー  
(CASE1, 200Hz)



(A) 制御OFF

(B) 制御ON

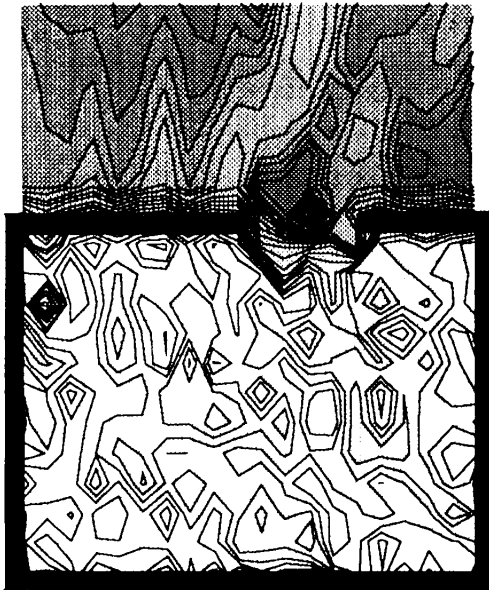
図10 音圧分布 (CASE1, 400Hz)



(A) 制御OFF

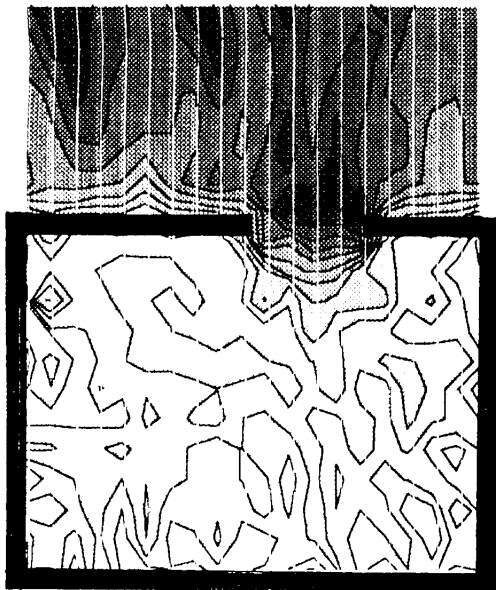
(B) 制御ON

図11 インテンシティフロー  
(CASE1, 400Hz)



制御 ON

図 12 音圧分布 (CASE2, 400Hz)



制御 ON

図 13 音圧分布 (CASE3, 400Hz)

さらに、CASE2、CASE3 の条件で中心周波数 400Hz の場合について制御 ON のときの音圧レベルを図 12、13 に示す。CASE2 では制御により室外の平均音圧レベルは 17dB 低減し、室

の平均音圧レベルは 6dB 増加した。CASE2 のようにエラーセンサーを密に設置することにより、制御効果が得られた。また、CASE3 では制御により室外の平均音圧レベルは 5dB 低減し、室内の平均音圧レベルは 2dB 増加した。この場合にも音圧のみの制御では効果があまり得られないことがわかる。

#### 4 まとめ

以上、キルヒホッフの積分公式に基づいて音場制御の原理を再考し、それに基づいて音場制御システムを構成する方法について検討した。コンピュータシミュレーションでは、音源、エラーセンサーなどの数や配置を適当に設定することにより、ステレオフォニクスシステムや、音の流れを制御する ANC システムを実現しうるとを示した。

#### 参考文献

- 1) M. Jcsscl and G. Mangiantc, "Active sound absorbers in an air duct," J. S. V., 23, 383-390 (1972).
- 2) G. Canevet, "Active sound absorption in an air conditioning duct," J. S. V, 58, 3, 333-345 (1978).
- 3) J. E. Ffowcs - Williams, "Anti-sound," R. Soc. London, A395, 63-88 (1984).
- 4) P. A. Nelson and S. J. Elliott, Active Control of Sound (Academic Press, London, 1992).
- 5) 古家賢一, 一ノ瀬祐, "境界面音圧による音場制御について," 日音講論, 389 - 390 (1989).
- 6) 三好正人, 金田豊, "音場の逆フィルタ処理に基づく能動騒音制御," 音響学会誌, 46, 1, 3 - 10 (1990).
- 7) S. Ise, H. Yano and H. Tachibana, "Basic study on active noise barrier," J. Acoust. Soc. Jpn., 12, 6, 299-306 (1991).
- 8) S. Ise, H. Yano and H. Tachibana, "Application of active control to sound insulation of building walls," Proc. of INTER - NOISE 91, 625 - 628 (1991).
- 9) 伊勢史郎, 矢野博夫, 橘秀樹, "3次元音場における適応型モード制御の実験的検討," 音講論集, 485-486 (1991).
- 10) 伊勢史郎, 橘秀樹, "音場制御理論の比較," 電気音響研究会資料, (1993).
- 11) 伊勢史郎, "広範囲の音場再現についての研究 (1) - キルヒホッフの積分公式に基づいて - ," 音講論集, 479 - 480 (1993).
- 12) 伊勢史郎, "広範囲の音場再現についての研究 (2) - 多チャンネルステレオフォニクス - ," 音講論集, 481-482 (1993).
- 13) 古家賢一, 一ノ瀬祐, "境界面音圧による閉空間の音場制御," 信学技報, 599 - 606 (1990).
- 14) 伊勢史郎, 橘秀樹, "エネルギーを視点としたアクティブ制御の分類," 音講論集, 689 - 690 (1993).